

O/M.22
D19

6471 - e Campi

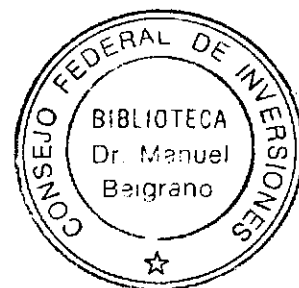
45486

**CONSEJO FEDERAL DE INVERSION
PROVINCIA DE CORDOBA**

**ESTRATIFICACIÓN SOCIO-DEMOGRÁFICA
APLICANDO TÉCNICAS DE ANÁLISIS MULTIVARIADAS**

Octubre 2005

Cecilia Beatriz Díaz



Indice General

	Pág.
Resumen Ejecutivo	4
I. Introducción	6
II. Planteamiento del problema	8
III. Objetivos de la investigación	16
IV. Antecedentes	18
4.1 Antecedentes de investigaciones sobre desigualdad social	19
4.2 Antecedentes de investigaciones sobre la aplicación del análisis de clusters	21
V. Análisis multivariado	23
5.1 Análisis de componentes principales	25
5.2 Método de cluster	28
5.3 Complemento entre el análisis factorial y el de cluster	30
VI. Metodología utilizada en esta investigación	32
6.1 Fuente de datos	33
6.2 Indicadores calculados en esta investigación	34
6.2.1 Indicadores de comportamiento social	34
6.2.2 Indicadores de comportamiento demográfico	37

VII. Resultados obtenidos en esta investigación	42
7.1 Procesamiento de los datos	43
7.2 Grupo 1: Clase "estudiantil"	45
7.3 Grupo 2: Clase alta	46
7.4 Grupo 3: Clase media	47
7.5 Grupo 4: Clase Media Baja	48
7.6 Grupo 5: Clase Baja	49
7.7 Grupo 6: Clase Indigente	50
7.8 Construcción del mapa socio-demográfico	52
VIII. Conclusiones	62
IX. Bibliografía	66
Anexo A	68

Resumen Ejecutivo

El presente documento constituye el documento final de la Investigación "*Estratificación socio-demográfica aplicando técnicas de análisis multivariadas*".

Se fundamenta en que existen abundantes evidencias sobre las agudas condiciones de inequidad socioeconómica, por lo que la estratificación social es un factor de gran importancia para entender las sociedades humanas. Reconstruir una estructura de clases constituye un proceso complejo que se limita, en la práctica, a determinar categorías estadísticas que se asimilan a grupos concretos.

Se plantearon como objetivos generales de la investigación describir la composición socio-económica y demográfica de la ciudad de Córdoba y probar una metodología de investigación que permita determinar una estratificación de la población utilizando técnicas de análisis multivariadas sobre datos censales con el fin de construir un mapa de dicho centro urbano que refleje tal diferenciación.

Se realiza una descripción detallada de las técnicas estadísticas multivariadas que se utilizarán: componentes principales y clusters. Estas se aplicaron a la información del Censo de Población y Vivienda de 2001 para la ciudad de Córdoba.

Se definieron los indicadores a utilizar en el análisis multivariado. La selección de los mismos fue realizada en función de la bibliografía analizada y el poder de discriminación que pueden aportar cada uno de ellos para diferenciar los distintos sectores sociales.

Las variables se definieron como *porcentaje* de personas u hogares que tienen una determinada característica para cada radio censal. Concluido el análisis en gabinete, se procedió a la sistematización de la información suministrada por la Dirección de Estadística de la Provincia de Córdoba. Se construyó una base de datos en formato dbf que se utilizó como input en las herramientas estadísticas que se aplicaron en el procesamiento.

El trabajo concluyó en la existencia de seis estratos o grupos sociodemográficos, asimilables a clases sociales. La elaboración de un mapa de la ciudad en donde se observa gráficamente la distribución de la población según la clase a la que pertenece, constituyen un insumo básico tanto para la planificación urbana, económica y social, como para otras investigaciones sociales.

I. Introducción

I. Introducción

Nadie puede negar que el hecho de pertenecer a determinado grupo social condiciona la vida de las personas, sus oportunidades para trabajar y mejorar sus condiciones socio-económicas.

Por eso, un aspecto importante para entender a los seres humanos y a las sociedades es la estratificación social. Estratificar una población es dividirla en subconjuntos, es decir, agrupar a los individuos que comparten ciertas características en diferentes estratos.

Reconocer la existencia de esos diferentes grupos permite la elaboración de diagnósticos sociales, identificar grupos de riesgo o focales, formular políticas públicas y medidas de acción. Además, si se distingue a los estratos o clases en términos de sus características, como por ejemplo riqueza, ocupación, modo de vida, formas de trabajo, también se podrá identificar a las personas que forman parte de ellas.

El beneficio es más apreciable aún si se tiene en cuenta que uno de los resultados del proceso de diferenciación y jerarquización social consiste en la desigual distribución y radicación geográfica por estratos o niveles sociales, lo cual debe ser tomado en cuenta por los organismos estatales en el proceso de toma de decisiones administrativas y fiscales.

Pese a la importancia de contar con este tipo de estudios, en la actualidad no existe una medición de la estratificación a partir de indicadores socioeconómicos y demográficos analizados en forma conjunta para la ciudad de Córdoba. Realizar una investigación de esta naturaleza generaría uno de los insumos básicos para la planificación urbana, económica y social, como así también para las investigaciones sociales, estudios de opinión política y marketing.

II. Planteamiento del problema

II. Planteamiento del problema

La *diferenciación social* se da cuando personas con distintas cualidades individuales cumplen diferentes *papeles* sociales. Es decir, son diferentes no sólo por sus características biológicas, como sexo, tamaño, fuerza, agilidad, sino también por los roles, tareas u ocupaciones que desarrollan. A medida que las sociedades se hacen tecnológicamente más complejas, se incrementa la división del trabajo y consecuentemente el número actividades.

A su vez, toda comunidad, rural o urbana, está dividida en grupos de *status* y, sea que esta división se formalice o no, existirá determinada conformidad con ella. El término *status* se emplea con frecuencia para indicar *posiciones* en una estructura social. Por ejemplo, un estudiante tiene menor status que un profesor, un padre tiene mayor status que un hijo. Cada uno tiene ciertos deberes y derechos asociados a esa posición.

La *desigualdad social* es la condición por la cual las personas tienen accesos desiguales a los recursos, servicios y posiciones que la sociedad valora. Surge, a menudo, por dos razones básicas. Por un lado, debido a la capacidad humana de dar significado a los acontecimientos y a las cosas, de desarrollar juicios sobre lo que es bueno, malo o preferible. Así, las características de los individuos y los diferentes *papeles* que cumplen pueden ser valorados de forma distinta y ordenados de superior a inferior según el prestigio u honor que se le asigne. Por ejemplo, un doctor goza de más prestigio que una enfermera.

Por otro lado, y más importante aún, la desigualdad puede surgir de la diferenciación social porque algunos papeles o posiciones sociales colocan a ciertas personas en condiciones de adquirir una mayor porción de bienes y servicios valorados. Por ejemplo, las personas que coordinan y organizan el trabajo de otros tienen más autoridad y ésta se utiliza para conseguir más recompensas que, a su vez, le permiten adquirir un excedente de bienes y servicios.

En toda sociedad se desarrollan o existen reglas que explican cómo se distribuyen las recompensas y por qué se hace de esa forma. Por ejemplo, hay reglas

que señalan que algunos individuos reciben más recompensas porque son los representantes humanos de algún dios o porque piensan que pueden contribuir mejor al bienestar de la comunidad.

Hablar de *estratificación social* significa que la desigualdad tomó cuerpo y se institucionalizó, y que existe un sistema de relaciones sociales que determina quién recibe qué y por qué. Las personas esperan que los individuos de cierta posición sean capaces de exigir más influencia y respeto y de acumular una parte mayor de bienes y servicios. Esta desigualdad puede o no ser aceptada por la mayoría de la sociedad, pero se reconoce como la forma en que funcionan las cosas.

El término *clase* o *estrato* se utiliza para referirse a configuraciones típicas de conducta social y económica que hacen posible distinguir los grupos de individuos. Es decir, las clases o estratos se identifican en términos de actividad productiva, patrones de consumo y otras formas de conducta social y económica como puede ser el nivel de instrucción alcanzado.

El sentido de clase social depende mucho de cuándo, dónde y quién usa el término, así como las circunstancias que acompañan a su uso. A continuación se mencionan dos posiciones diferentes al respecto:

1. Marx parte de concebir al todo social como un sistema estratificado. La desigualdad básica en la sociedad es por clase, las que están definidas por la propiedad /no propiedad de los medios de producción. ¹
2. Para Weber la estructura social también está caracterizada por la desigualdad social, conformada a partir de diversos criterios tales como *clase* (compiten por valores económicos o posición dentro del mercado: capitalistas financieros-deudores de créditos, vendedores-consumidores), *grupos de status* (compiten por prestigio, es decir, por elementos culturales) y *grupos de poder* (surgen de la desigual distribución del poder). ²

¹ LISTA, Carlos A. Cuadernos de Sociología, Atenea, Córdoba 1992 – Pág. 106

² *Ibid.*, Pág 110-111

Para el propósito de este trabajo no es necesario examinar distintos significados del término. La cuestión básica es **¿cómo se identifica a una persona como perteneciente a una u otra clase social?**

En la práctica, reconstruir la estructura de clases constituye un procedimiento complejo. Los investigadores se limitan a la construcción de categorías estadísticas que luego se asimilan a grupos sociales concretos.

Numerosas investigaciones sociales³ consideran a la *ocupación* como un aspecto central a la hora de identificar a las clases sociales de una determinada comunidad, ya que éstas conllevan a una distinción de roles, los que conducen a una diferenciación de ingresos o patrimonio, a una mayor o menor estabilidad ocupacional, a la relación asimétrica de influencia, autoridad y poder, y una determinada participación en el uso de los bienes culturales de una sociedad, entre otros.

Para Susana Torrado⁴, la distinción de las clases sociales puede lograrse a partir de la construcción del nomenclador de la variable Condición Socio - Ocupacional (CSO): la Ocupación y la Categoría de Ocupación son consideradas simultáneamente en forma cruzada. La CSO constituye el principal indicador de la relación que mantienen, en el proceso de producción, los agentes con los medios de producción y los agentes entre sí.

Según esta autora, la clasificación puede ser vertical u horizontal. La primera tiene en cuenta la jerarquía, por ejemplo, profesionales, técnicos, operativo, no calificado. La segunda, se basa en los distintos sectores o procesos, por ejemplo, comercial, industrial, servicios. Ambos análisis se infieren de la variable ocupación.

Lo expresado anteriormente significa que *se puede determinar empíricamente la estructura de clases a partir de lo que usualmente se denomina Población Económicamente Activa (PEA)⁵ y la condición de ocupación.*

³ Campoy, Luis. *Estratificación ocupacional de la población censada (1960) de la Argentina, por medio de variables ocupacionales y el complemento del nivel educacional* – U.N. Cuyo - 1988

⁴ Torrado, Susana. *Estructura Social Argentina: 1945-1983*, Ediciones de la Flor, Buenos Aires, 1992. Pág. 463-472.

⁵ Se entiende por población económicamente activa aquella cuya edad es de 14 años y más que quiere trabajar, es decir, ocupados y desocupados..

La Población Inactiva, compuesta por estudiantes, amas de casa y jubilados, no permanecen al margen de la estratificación. La familia de la que forman parte, hace posible la determinación de la clase de estos individuos.

La familia es la principal unidad donde se opera la distribución de la renta a los fines del consumo, por lo general, bajo la autoridad del jefe de familia. Por lo tanto, puede utilizarse para determinar la posición social de una unidad familiar en su conjunto, imputando a la familia la misma posición que la del individuo que es jefe de la misma. Es decir, **la diferenciación puede hacerse a partir de las características del jefe de hogar.**

La estratificación social muestra desigualdades no sólo en el mercado de trabajo, sino además sobre los ingresos, permanencia y utilización del sistema educativo, acceso a la medicina prepaga, atención primaria de la salud, a los servicios culturales y recreativos y fundamentalmente en el ejercicio pleno de los derechos cívicos.

El grado de escolarización es usualmente utilizado como restricción para el ingreso al trabajo. En efecto, a pesar de que en los últimos años aumentó el número de niños y jóvenes escolarizados, crecen los años de permanencia en el sistema escolar y hay una mayor diversidad en los itinerarios escolares, por lo que los resultados son muy heterogéneos y predomina la desigualdad en la calidad y el grado de reconocimiento de los certificados y diplomas obtenidos. Las oportunidades que tienen las personas en la niñez y adolescencia constituyen un condicionante de su desarrollo futuro. Los menores niveles educativos que pueden alcanzarse, serán determinantes de la futura inserción en el mercado laboral y explicarán, en buena medida, la insuficiencia de ingresos que caracterizan a gran parte de los hogares pobres. **La educación contribuye eficazmente al cambio social, pero también a la reproducción de las jerarquías sociales.**

La edad es una de las variables fundamentales de la demografía, ya que resulta determinante en el proceso de reproducción y de envejecimiento del ser humano. Con el descenso de la mortalidad, lo que antes alcanzar los 60 años e incluso los 80 resultaba una proeza, hoy es un hecho banal. Antes al *viejo* se lo consideraba el más fuerte el más sabio, el de la experiencia acumulada; en la

actualidad tenemos, por un lado, una vejez desacreditada y por el otro, una juventud exaltada por el sentimiento de tener una larga vida por delante de la que hay que apoderarse.

En la sociedad tradicional había una continuidad en las edades, en la contemporánea se observa segregación: se habla de los teenagers, de la tercera edad, se produce un fraccionamiento de la sociedad en clases de edades, herméticamente cerradas por el hecho de pertenecer a generaciones diferentes.

La mortalidad infantil y la fecundidad son otras variables que se tienen en cuenta en estudios de estratificación demográfica. Se han realizado investigaciones para determinar la relación de estas con la educación, generalmente teniendo en cuenta el nivel de instrucción de las madres. En estos estudios se comprobó que existe una relación inversa: a mayor educación de la madre menor mortalidad infantil y menor fecundidad. Un nivel de educación más elevado estaría asociado, posiblemente, al mejoramiento de las condiciones de vida y de la atención médica⁶.

A similares conclusiones arribaron investigaciones que relacionan la distribución del ingreso por estratos con algunas variables demográficas, observándose un comportamiento diferenciado. En algunos casos se demostró que la esperanza de vida al nacer de grupos pobres es diez veces menor que la de grupos no pobres. La fecundidad presenta valores diferenciales según los estratos de distribución del ingreso. Encuestas de fecundidad de amplia cobertura hechas en nueve países de América Latina revelan que en los sectores no pobres hay una alta proporción de fecundidad no deseada, como consecuencia de carencia de información y falta de acceso a métodos de planificación familiar, fenómeno que se da en medida notoriamente inferior en estratos no pobres. Hay otros factores que coadyuvan a tales diferencias como la mayor mortalidad infantil o la menor cobertura de seguridad social. El conjunto de estos y otros factores redundan en que las encuestas aludidas muestren valores de fecundidad de 5.5 a 6.5 hijos nacidos vivos por mujer en los estratos con instrucción primaria incompleta o sin instrucción, en

⁶ CEPAL-CELADE-BID *Impacto de las tendencias demográficas sobre los sectores sociales en América Latina*, Santiago, Chile, 1996. Capítulo 3: Población y educación Pág. 100-101.

oposición a los valores correspondientes de los sectores con instrucción secundaria o mayor que son del orden de 2.5.⁷

Un trabajo realizado por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC)⁸ para estimar la mortalidad infantil en la Argentina en el período 1965-1970, por regiones y nivel de instrucción de las mujeres arribó a las siguientes conclusiones, entre otras:

- La Argentina es un país con marcadas diferencias regionales en cuanto al grado de evolución de las condiciones socioeconómicas y culturales de la población. Una de las expresiones de estas diferencias es el nivel de mortalidad infantil que oscila entre valores relativamente distantes entre algunas regiones del país: 100,7 por mil en las provincias del noroeste; 76,6 en las del noreste; 73,9 en la Patagonia; 61,9 en Cuyo; 51,4 en la región centro; 50,9 en la pampeana y 43,9 en la metropolitana.
- El nivel de mortalidad es muy sensible al grado de instrucción recibido por las mujeres: mueren más niños al comienzo de la vida si la madre es analfabeta o asistió a la escuela unos pocos años que si, por el contrario, tuvo una escolaridad más prolongada.
- Dentro de cada una de las regiones se calculó el nivel de mortalidad infantil según el grado de instrucción de las madres, considerando a esta última variable como indicador del nivel socioeconómico. En general se observa que en cada una de las regiones se reproduce la relación entre mortalidad infantil e instrucción: a medida que aumenta el número de años de estudio disminuye el nivel de mortalidad infantil.

⁷ CEPAL-CELADE-BID. *Op. cit. Capítulo 1: Población y desarrollo. Pág. 21-24.*

⁸ INDEC *Mortalidad infantil en la Argentina a partir de la muestra del censo de 1970. Serie investigaciones demográficas. Buenos Aires, Octubre de 1995.*

Esta investigación intenta dar respuesta a los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo se asocian los niveles socio-económicos con algunas variables demográficas en la ciudad de Córdoba?
- ¿Cuán útiles son los métodos multivariados para determinar los niveles socio-demográficos?
- ¿Cómo se distribuyen geográficamente los distintos niveles socio-económicos de la población de la ciudad de Córdoba?

III. Objetivos de la investigación

III. Objetivos de la investigación

Los objetivos generales que se plantea esta investigación son, en primer lugar, describir la composición social y demográfica de la ciudad de Córdoba y, en segundo lugar, probar una metodología de investigación que permita determinar una estratificación socio-demográfica de la población utilizando técnicas de análisis multivariadas sobre datos censales con el fin de construir un mapa de dicho centro urbano que refleje tal diferenciación.

Para alcanzarlo es necesario lograr los siguientes objetivos particulares:

- Seleccionar variables que permitan diferenciar hogares e individuos que pertenecen a distintos estratos y sus respectivos indicadores empíricos.
- Analizar la interrelación entre las variables, para condensar la información contenida en ellas en un número menor de índices no correlacionados entre sí.
- Clasificar la población, es decir, detectar grupos homogéneos utilizando los índices construidos.
- Describir cada uno de los grupos que se identifiquen.
- Construir un mapa socio-demográfico de la ciudad de Córdoba.

IV. Antecedentes

IV. Antecedentes

4.1 Antecedentes de investigaciones sobre desigualdad social

Los investigadores elaboraron gran número de indicadores para determinar la estratificación social, ya sea para ser usados con datos de encuestas o bien, en menor proporción, con los de censos de población.

Luis Campoy muestra cómo estratificar ocupacionalmente a la población argentina mediante el uso de información recogida en el censo nacional de 1960. El trabajo se centra en la tarea de mostrar una vía para estratificar ocupacionalmente a la población argentina y no por clases sociales, discriminando más finamente la variable nivel educacional.⁹

El citado autor menciona otros trabajos realizados, como por ejemplo:

- Alejandro E. Bunge (1917), utilizando los datos del censo de 1914, clasificó a la población económicamente activa en tres estratos de acuerdo a la estimación de sus ingresos: obreros, no obreros y personas pudientes.
- Gino Germani (1955), utilizando los datos de ocupación que ofrecía el censo de población de 1947 realizó la siguiente clasificación: clases populares (sector urbano y rural) y clases medias (clases medias dependientes y autónomas, sector urbano y rural).
- Ruth Sautu (1979), utilizando datos del censo nacional de población de 1970, construyó una escala ocupacional basada en la Clasificación Internacional Uniforme de Ocupaciones de la O.I.T. (1968) que es la que utilizó el INDEC en el mencionado relevamiento.
- Olga Paez y otras (2001)¹⁰, analizaron uno de los sectores más poblados de la ciudad de Córdoba, la denominada Seccional 11, donde coexisten

⁹ Campoy Luis– *Op. cit.*

¹⁰ “*Cartografía de la exclusión – inclusión social en la ciudad de Córdoba. El caso de la Seccional 11*”. Paez Olga, Hebe de Pascuale y María Savall. Editorial científica universitaria Universitas. Córdoba Argentina. 2001

personas de clase media, obrera y de sectores más bajos en la escala social. La investigación se basó en un relevamiento observacional y en una encuesta por conglomerados de 1200 familias, a partir de las cuales se conformó una tipología que permite diferenciar los fenómenos *inclusión* y *exclusión* social. Con el procesamiento de esta información se confeccionó un mapa que posibilita observar e identificar indicadores inequívocos de desigualdad social.

Por su parte, Susana Torrado realizó numerosas investigaciones en las que estudia las posibilidades que ofrecen los censos de los países de América Latina para poner de manifiesto la diferenciación social. Algunos de estos estudios son:

- En un trabajo publicado en 1978¹¹ desarrolla el modelo teórico y plantea que la cuestión central a investigar es cómo proceder para estudiar la estructura de clases de una sociedad concreta.
- En una investigación realizada en 1992 expone la metodología para la construcción del nomenclador de la variable *Condición Socio-Ocupacional* que operacionaliza el concepto de *clase social*¹².
- En una publicación del año 1999¹³, conceptualiza la dinámica demográfica como el resumen de los **hechos** relacionados con el *tamaño* de la población, su *composición* por sexo, edad, estado conyugal, etc. y su *distribución* espacial. Estos hechos dependen del nivel y fluctuaciones de los **fenómenos** de población tales como nupcialidad, fecundidad, mortalidad, migraciones internas e internacionales. Ambos conceptos son diferenciales según estratos sociales y regiones geográficas. Y agrega que para tener un buen diagnóstico, en ese caso a nivel nacional, hay que descomponer los indicadores de la dinámica demográfica en diversos componentes sociales y regionales.

¹¹ "Información e investigación sociodemográfica en América Latina". Torrado, Susana. Editorial CLACSO. Santiago de Chile, 1978. Capítulo II (pág. 80-81)

¹² Torrado, Susana.. Op. cit. Anexo Metodológico pág. 461-507

¹³ "Población y desarrollo en la Argentina – En busca de la relación perdida". Editorial de la Comisión Familia y Minoridad del Honorable Senado de la Nación Argentina, 1999. Pág. 6 y 16-19.

4.2 Antecedentes de investigaciones sobre la aplicación del análisis de clusters

- *Aplicación del Análisis de cluster con restricciones a tasas de mortalidad.*

Este trabajo fue realizado por un equipo conformado por investigadores del Instituto de Inmunología de la Facultad de Ciencias Médicas de la Universidad Nacional de Rosario; Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas en Estadística, Escuela de Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadísticas de la Universidad Nacional de Rosario y de la Fundación "J. Roberto Villavicencio" de Rosario, en el año 1994.

Se aplica la metodología para analizar las variaciones geográficas de una enfermedad, en este caso el cáncer de mama, a través de las tasas de mortalidad por dicha causa. Las unidades de análisis fueron los departamentos que forman las provincias de Argentina en el período 1986-89 (428 departamentos), que son agrupados teniendo en cuenta el tamaño y características socio-demográficas.

- *Regionalización de la provincia de Córdoba desde el punto de vista agropecuario.¹⁴*

Este trabajo fue realizado por la Dra. Margarita Díaz del Instituto de Estadística y Demografía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba en el año 1998.

Se utilizó la base de datos del Censo Nacional Agropecuario de 1988 agregada a nivel de fracción censal. De la aplicación de Componentes Principales surgió un conjunto de factores claramente interpretables, que redujo notablemente la dimensionalidad del espacio con mínima pérdida de información.

¹⁴ DIAZ, Margarita. *Discusión y aplicación de métodos multivariados en investigaciones sociales. Tesis doctoral, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba, 1998. Capítulo IV: Aplicación de métodos multivariados a problemas de regionalización.*

El análisis de cluster detectó cinco grupos con características bien diferenciadas y que podían asociarse a zonas geográficas establecidas por expertos en base a criterios climáticos y el uso del suelo.

- *La población en las zonas de montaña andaluzas, aproximación a su caracterización mediante el análisis factorial y de cluster*¹⁵

Este trabajo fue realizado por Rafael Cortés Macías, del Departamento de Geografía de la Universidad de Málaga, España, en el año 1994.

El área bajo estudio estuvo compuesta por los municipios andaluces incluidos dentro de la zona de montaña. La montaña andaluza, de soportar altas densidades de población pasó a transformarse en un área despoblada y marginal, fruto de las corrientes migratorias.

La investigación abordó la incidencia que tuvieron los cambios en la estructura de las poblaciones y luego se realizó una clasificación de los municipios.

El resultado de los tres trabajos anteriores muestran la pertinencia de aplicar técnicas multivariadas en investigaciones sociales, económicas y demográficas, entre otras. En los estudios exploratorios, el número de variables consideradas es grande y es necesario condensarlo. Su análisis en forma conjunta permite arribar a conclusiones más relevantes.

¹⁵ *Actas del V Congreso de la población española –Habitar, vivir, prever – Universidad Autónoma de Barcelona – 1995.*

V. Análisis multivariado

V. Análisis multivariado

El análisis multivariado se refiere al análisis simultáneo de más de dos variables medidas en cada individuo u objeto de investigación.

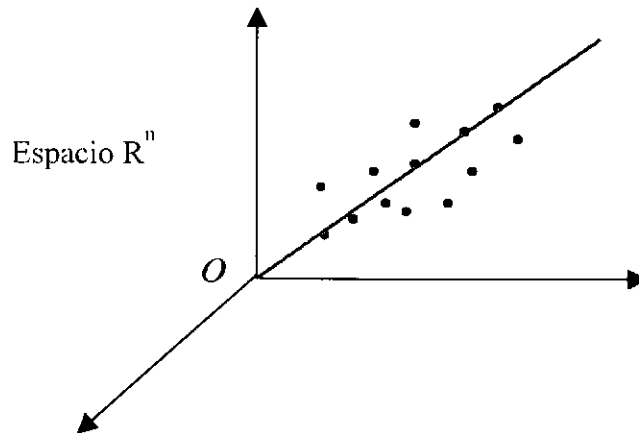
La estadística multivariada experimentó una utilización creciente durante la última década en todas las áreas de investigación. La causa es que, conforme aumenta el número de variables necesarias, existe una necesidad mayor de conocer en profundidad la estructura y las interrelaciones entre ellas.

La ventaja principal de este tipo de análisis es su capacidad de "acomodar" las variables utilizadas en una investigación, con el fin de comprender las relaciones complejas que no se observan si se utilizan métodos univariados o bivariados.

Cualquier investigador que examina sólo relaciones de dos variables y no utiliza el análisis multivariado está ignorando poderosas herramientas que podrían suministrar información potencialmente útil. Según los estadísticos Hardyck y Petrinovich¹⁶, *"El análisis de los métodos multivariados predominará en el futuro y dará por resultado cambios drásticos en el modo en que los investigadores piensan sobre los problemas y en cómo diseñan sus investigaciones. Esos métodos hacen posible plantear preguntas específicas y precisas de considerable complejidad en marcos idóneos, lo que posibilita llevar a cabo investigaciones teóricamente significativas y evaluar los efectos de las variaciones paramétricas ocurridas de forma natural en el contexto en que normalmente ocurren."*

Si se cuentan con n unidades de análisis, a quienes se les han medido p características, la información se organiza generalmente en matriz X de n filas (individuos) y p columnas (variables); geoméricamente los individuos pueden representarse como una nube de puntos en el espacio de p dimensiones, como se visualiza en la siguiente figura la representación de los individuos en un espacio de tres dimensiones ($p=3$):

¹⁶ Citado por HAIR Joseph y otros. *Análisis multivariante*, Prentice Hall Iberia, 5ª edición en español. Madrid, 1999. Capítulo 1: Introducción



Existen dos grandes familias de métodos que permiten analizar esta nube de puntos:

- a) los métodos factoriales, entre los que se destaca el de componentes principales, y
- b) los de cluster.

Estos métodos son complementarios ya que se comienza determinando los ejes factoriales que sirven de input en el cluster.

5.1 Análisis de componentes principales

El propósito general del método de *componentes principales* es condensar la información contenida en una serie de variables originales en un número más pequeño de dimensiones complejas, denominadas factores o componentes, con mínima pérdida de información.

Por este método se reemplazan las p variables originales por k combinaciones lineales de las mismas (donde k es mucho menor que p), las que explicarán una importante proporción de la dispersión total.

El objetivo entonces, es tomar p variables, X_1, X_2, \dots, X_p , y encontrar combinaciones lineales, Z_1, Z_2, \dots, Z_p , no correlacionadas. Cada una de estas

variables Z , denominadas componentes principales, están midiendo distintas dimensiones de los datos y es posible ordenarlas de manera que:

$$\text{var}(Z_1) \geq \text{var}(Z_2) \geq \dots \geq \text{var}(Z_p)$$

Si la suma de las varianzas de las componentes principales es igual a la varianza total, lo que se espera es que la varianza de la mayoría de las variables Z sean tan bajas que resulten insignificantes, por lo que la dispersión del conjunto de datos puede ser adecuadamente descrito por pocas variables Z con varianzas importantes.

El procedimiento para determinar las componentes principales es el siguiente:¹⁷

a) Se parte de una matriz de datos:

Ind	X_1	X_2	X_p
1	x_{11}	x_{12}	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	x_{2p}
...			
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{np}

b) Se calcula la matriz de covarianza

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{1p} \\ c_{21} & c_{22} & c_{2p} \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{np} \end{pmatrix}$$

donde c_{ii} es la varianza de X_i

y c_{ij} es la covarianza de $X_i X_j$

¹⁷ BRYAN, Manly. *Multivariate statistical methods: A primer*, Chapman and Hall, Londres, 1986. Capítulo 5: Principal component analysis

c) Como ya se señaló, las componentes principales son combinaciones lineales de las variables originales que para obtenerlas es necesario calcular los valores y vectores propios de la matriz de covarianza, según se demuestra en el Anexo A, lo que supone un laborioso trabajo algebraico y generalmente es calculado a través de softwares estadísticos. No obstante lo señalado, para interpretar los resultados no es necesario conocer cómo se derivan los coeficientes de las componentes.

Siguiendo el procedimiento de cálculo se obtienen las variables Z_i :

$$Z_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{ip} x_p$$

donde a_{i1} , a_{i2} , a_{ip} son los elementos de los correspondientes vectores propios.

Las varianzas de las componentes principales son los valores propios de la matriz de covarianza:

$$\text{Var}(Z_i) = \lambda_i$$

Una importante propiedad es que la suma de los mismos es la suma de los elementos de la diagonal principal (traza)

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p = c_{11} + c_{22} + \dots + c_{pp}$$

Por lo tanto, si c_{ii} es la varianza de X_i y λ_i es la varianza de Z_i , esto significa que la suma de las varianzas de las componentes principales es igual a la suma de las varianzas de las variables originales. Por consiguiente, en cierto sentido, si se trabaja con todas las componentes principales se explica toda la variación en los datos originales.

Para evitar que una variable tenga una influencia excesiva sobre la componente principal es usual codificar las variables X_1, X_2, \dots, X_p para tener medias 0 y varianzas 1 al comienzo del análisis. La estandarización de las medidas asegura que todas tengan igual peso en el análisis.

La matriz C toma la forma

$$C = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & & r_{2p} \\ & & \dots & \\ r_{n1} & r_{n2} & & 1 \end{pmatrix}$$

donde $r_{ij} = r_{ji}$ es la correlación entre X_i y X_j

En otras palabras, el Análisis de Componentes Principales es llevado a cabo sobre la matriz de correlación. En este caso la suma de la diagonal principal y la suma de los valores propios es igual a p , el número de variables (igual al orden de la matriz).

En la práctica se busca reducir la dimensión. Suponiendo que los valores propios están ordenados $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ y que λ_i corresponde a la i -ésima componente principal, se descartan aquellas componentes que sólo expliquen una pequeña proporción de la varianza.

5.2 Método de cluster

El método de *cluster* es la denominación de un conjunto de técnicas multivariantes cuyo principal propósito es agrupar objetos basándose en las características que poseen. Distribuye *objetos* de tal forma que cada uno es muy parecido a los que hay en el conglomerado de acuerdo a algún criterio de clasificación.

Los conglomerados de objetos resultantes deberían mostrar un alto grado de homogeneidad interna (dentro del conglomerado) y un alto grado de heterogeneidad externa (entre conglomerados). Por lo tanto, si la clasificación es acertada, los objetos dentro de los conglomerados estarán muy próximos. Cuando se representen gráficamente, en cambio, los grupos diferentes estarán alejados.

Geoméricamente, los clusters pueden definirse como regiones de alta densidad de puntos en un espacio p dimensional, donde p es el número de variables o características utilizadas para describir las observaciones.

El objetivo principal del análisis de cluster es definir la estructura de datos colocando las observaciones más parecidas en grupos. Para realizar esta tarea debemos tratar tres cuestiones básicas:

- a) ¿Cómo medimos la similitud?
- b) ¿Cómo formamos los conglomerados?
- c) ¿Cuántos grupos formamos?

El concepto de *similitud* es especialmente importante, ya que el punto de partida del análisis de cluster consiste en calcular una matriz de similaridad entre pares de observaciones. Se desarrollaron distintas medidas de similaridad, algunas apropiadas para datos numéricos y otras para datos cualitativos. Para variables cuantitativas o numéricas generalmente se aplican las Medidas de Distancia, como la *euclídea*. Esta medida se define de la siguiente manera:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad \text{donde } p \text{ es el número de variables.}$$

Para resolver la cuestión de cómo formar los conglomerados se propusieron numerosos algoritmos, muchos de los cuales se encuentran disponibles en los softwares estadísticos. A estos algoritmos los podemos clasificar de la siguiente manera:

- a) **Algoritmos jerárquicos:** Parten de un conjunto de n objetos a ser clasificados y se realizan particiones sucesivas que representan diferentes niveles jerárquicos, cada uno de los cuales está formado por partes excluyentes. Estas particiones se resumen en un dendograma, que ilustra las particiones que fueron efectuadas en las diferentes etapas. Las técnicas para realizar las particiones son:

- **Aglomeración:** Los objetos comienzan formando grupos de uno, los que se van fusionando hasta que todos los individuos forman un único grupo. Algunos de los métodos más conocidos son: unión simple o vecino más cercano, unión completa o vecino más lejano, unión promedio, método de centroide y método de Ward.
- **División:** Todos los objetos comienzan en un único grupo que se va dividiendo, hasta que todos los objetos quedan en grupos individuales.

b) **Algoritmos no jerárquicos o particionales:** Se asume que el número final de clusters es conocido. El procedimiento se inicia con centros más o menos arbitrarios y las observaciones se asignan según un criterio específico.

La diferencia esencial entre los dos tipos de algoritmos es que en los *jerárquicos*, la asignación de una observación en un cluster es irrevocable, es decir, una vez que la misma forma parte de un conglomerado no puede ser reubicada. En cambio, en el de particiones, la asignación no es definitiva sino tentativa, ya que la observación puede ser recolocada.¹⁸

5.3 Complemento entre el análisis factorial y el de cluster

Los métodos factoriales se adaptan particularmente bien para la exploración de las grandes bases de datos, pero no siempre alcanzan a dar una visión satisfactoria del conjunto de la información. La visualización de los gráficos representa sólo una parte del análisis, pero a veces son demasiado complejas para ser interpretados con facilidad.

Por ello, las técnicas de clasificación, entre las que se encuentra el análisis de cluster, pueden complementar y matizar los resultados de los análisis factoriales, ayudando a la interpretación.

Si hay demasiados puntos que representan individuos sobre un plano factorial es de utilidad proceder a reagruparlos en familias homogéneas. Las clases son

¹⁸ SHARMA, Subhash, *Applied Multivariate Techniques*, J. Wiley & Sons. Nueva York, 1996.

utilizadas para ayudar a la interpretación de los planos factoriales identificando así zonas bien descriptas.

De todos modos, los métodos factoriales son necesarios, ya que su facultad descriptiva de los ejes a través de representaciones geométricas es irremplazable. La clasificación ayuda a descubrir la existencia de grupos de individuos.

Para describir una tabla de datos, la puesta en práctica conjunta de estas técnicas se opera de la siguiente manera:

Etapas 1: El análisis factorial

El análisis factorial está utilizado como una etapa previa a la clasificación por dos razones: por su poder de descripción y por su poder de reducción de las dimensiones, ya que permite trabajar con coordenadas factoriales menos numerosas que las variables de partida.

Etapas 2: Clasificación a partir de los factores

Es equivalente a efectuar una clasificación de los individuos en el conjunto de p variables o en el de p factores. Pero también se puede tener en cuenta un subespacio factorial de dimensión q ($q < p$) y realizar una clasificación sobre los q primeros ejes. El hecho de abandonar los últimos factores genera una especie de suavización de los datos, lo que en general mejora la partición produciendo clases más homogéneas. La dificultad reside, a veces, en la elección del número de ejes a retener.

Etapas 3: Descripción automática de las clases

Una vez reagrupados los individuos en clases se procede a describirlas. Para ello, se calculan estadígrafos de comparación entre los valores internos a la clase y los valores globales, tanto para las variables numéricas como para las nominales. Finalmente, estos valores test permiten ordenar las variables por orden de significación.

VI. Metodología utilizada en esta investigación

VI. Metodología utilizada en esta investigación

6.1 Fuente de datos

En esta investigación se trabajó con la información del Censo de Población y Vivienda de 2001 para la ciudad de Córdoba, cuyos datos fueron proporcionados por la Dirección de Estadística de la Provincia de Córdoba. El relevamiento se llevó a cabo entre los días sábado 17 y domingo 18 de noviembre, y consistió en censar a las personas presentes en la vivienda, en ese momento, incluyendo a los que no residen habitualmente en el hogar, pero que pasaron la noche allí.

La metodología que se utilizó fue la de entrevista directa, no se aplicó muestra es decir se utilizó un mismo y único cuestionario para relevar la información, sólo se diferenciaron los cuestionarios censales que se aplicaron según sean *instituciones colectivas* u *hogares particulares*.

La cédula censal que se utilizó es producto de la actividad conjunta entre el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC), las Direcciones Provinciales de Estadística (DPE) y usuarios externos de la información tanto públicos como privados. En materia de contenidos hay varios cambios respecto del Censo del año 1991: en primer término se incorporan las temáticas de discapacidad, reconocimiento de pertenencia a pueblos indígenas, equipamiento de los hogares y características del hábitat.

La decisión de utilizar la base censal se fundamenta en que además de contar la población exhaustivamente, proporciona información estadística que caracteriza a la población y las viviendas mostrando su distribución espacial. Esto permite obtener información a niveles geográficos pequeños y generar la base cartográfica para georreferenciar la información.

Las unidades de empadronamiento fueron la población, los hogares y las instituciones colectivas. Además se relevaron datos sobre las características de las viviendas en la que residen los hogares. El hogar se define como la persona o grupo de personas que viven bajo el mismo techo y comparten los gastos de alimentación.

Una institución colectiva es el lugar destinado a alojar personas que viven bajo un régimen no familiar regulado por normas de convivencia de carácter administrativo, militar, religioso, de salud, de castigo, trabajo, etc. El empadronamiento de hogares y de las instituciones colectivas se realizó mediante dos operativos simultáneos.

La cartografía censal se compone de mapas, planos y croquis en los que se representa todo el territorio nacional. Ello permite planificar, organizar y ejecutar el relevamiento para luego analizar los resultados desde la perspectiva de su distribución espacial. El Censo se organiza operativamente sobre las divisiones y subdivisiones político-administrativas en que está organizado el país, es decir, las Provincias y los Departamentos, Partidos y Distritos Escolares y se establecen divisiones territoriales menores, denominadas Fracción, Radio y Segmento censal. Todas las áreas del país deben estar cubiertas y homogéneamente subdivididas.

En esta investigación se utilizó la agregación de los registros de personas y hogares por radio censal. A partir de las variables agregadas se calculan indicadores específicos para el análisis.

Para captar las condiciones socioeconómicas y demográficas se tomó como referencia una investigación realizada por el Consejo Federal de Inversiones¹⁹, e indicadores que se utilizan para definir Mapas de Pobreza²⁰ como los de las Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI), para ser aplicadas fundamentalmente con la información proveniente de los censos de población y vivienda.

6.2 Indicadores calculados en esta investigación

Los indicadores expresan el porcentaje de personas u hogares que poseen ciertas características en un radio determinado. Por ejemplo, si se analiza el porcentaje de personas que tienen obra social o plan médico, y el valor que asume para algunos radios es muy bajo indica problemas con relación a la cobertura de salud; mientras que para otros, el porcentaje puede llegar al 100% de los individuos,

¹⁹ CONSEJO FEDERAL DE INVERSIONES (CFI). *Estructura social de la Argentina. Indicadores de la estratificación social y de las condiciones de vida de la población en base al censo de población y vivienda de 1980*, Buenos Aires, 1989.

²⁰ INDEC. *Mapas de la pobreza en Argentina. Comité Ejecutivo para el estudio de la pobreza en Argentina (CEPA). Documento de trabajo de trabajo N° 4, Marzo, 1994*

es decir, que la mayoría de las personas que conforman ese sector tienen una asistencia médica adecuada ante una situación de enfermedad o en la prevención de las mismas.

Por lo tanto, el valor que asume la variable indica el grado de satisfacción de una necesidad, la capacidad de subsistencia, las condiciones de vida y el acceso a servicios sanitarios, etc.

A continuación se enumeran los indicadores calculados para esta investigación.

6.2.1 Indicadores de comportamiento social

6.2.1.1 Nivel ocupacional

El censo pregunta a las personas ocupadas de 14 años y más las condiciones de actividad, de donde se deriva si misma está ocupada, desocupada o es inactiva. Para las personas que trabajan, indaga sobre la categoría ocupacional, la calificación en la tarea que realiza y la rama de actividad de la empresa en donde desarrolla su trabajo.

Se calcularon los siguientes indicadores:

$$1) \text{ Tasa de desocupación} = \frac{\text{Desocupados}}{\text{Ocupados} + \text{Desocupados}}$$

$$2) \text{ Tasa de Actividad} = \frac{\text{Ocupados} + \text{Desocupados}}{\text{Total de la Población}}$$

3) Porcentaje de estudiantes del total de la población.

4) Porcentaje de trabajadores con categoría ocupacional patrón respecto del total de los ocupados.

5) Porcentaje de trabajadores con categoría ocupacional empleado del sector público respecto del total de los ocupados.

- 6) Porcentaje de trabajadores con categoría ocupacional empleado del sector privado respecto del total de los ocupados.
- 7) Porcentaje de trabajadores con categoría ocupacional trabajador por cuenta propia respecto del total de los ocupados.
- 8) Porcentaje de trabajadores con otra categoría ocupacional, como por ejemplo trabajadores familiares con o sin remuneración, respecto del total de los ocupados.
- 9) Porcentaje de trabajadores con calificación directiva o profesional respecto del total de los ocupados.
- 10) Porcentaje de trabajadores con calificación técnica respecto del total de los ocupados
- 11) Porcentaje de trabajadores con calificación operacional respecto del total de los ocupados
- 12) Porcentaje de trabajadores sin calificación respecto del total de los ocupados
- 13) Porcentaje de trabajadores por rama de actividad respecto del total de los ocupados.

6.2.1.2 Nivel de escolaridad de los jefes del hogar

No sólo debe estratificarse la población ocupada sino también la desocupada y la inactiva. Con este fin se caracterizaron los hogares y en particular sus jefes.

Se calcularon los siguientes indicadores:

- 1) Porcentaje de jefes o jefas de hogar sin instrucción, es decir, sin asistencia escolar.
- 2) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción primaria incompleta.

- 3) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción primaria completa.
- 4) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción EGB incompleta.
- 5) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción EGB completa.
- 6) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción secundaria incompleta.
- 7) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción secundaria completa.
- 8) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción terciario o universitario incompleto.
- 9) Porcentaje de jefes o jefas de hogar con nivel de instrucción terciario o universitario completo.

6.2.1.3 Nivel socioeconómico

Se calcularon los porcentajes de hogares con Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI), es decir, los que presentan algunas de las siguientes condiciones deficitarias:

- 1) Hacinamiento: Hogares que tuvieran más de tres personas por cuarto.
- 2) Tipo de Vivienda Deficitaria: hogares en una vivienda de tipo inconveniente (pieza de inquilinato, vivienda precaria u otro tipo, lo que excluye casa, departamento y rancho).
- 3) Instalaciones Sanitarias: hogares que no tuvieran ningún tipo de retrete.
- 4) Escolaridad: hogares que tuvieran algún niño en edad escolar (6 a 12 años) que no asistiera a la escuela.

- 5) Capacidad Subsistencia: hogares que tuvieran cuatro o más personas con miembro ocupado y, además, cuyo jefe no haya completado tercer grado de escolaridad primaria.

Otro indicador que se utilizó fue *la privación material de lo hogares*, definida según la metodología del Índice de Privación Material de los Hogares (INDEC, "El estudio de la pobreza según el Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2001. El Índice de Privación Material de los Hogares", 2004, inédito) de la siguiente manera²¹:

- 6) Privación sólo de recursos corrientes: hogares con ingresos insuficientes, estimados a partir de los años de escolarización de los miembros del hogar ocupados o jubilados/pensionados y la cantidad de personas que componen el hogar.
- 7) Privación sólo de recursos patrimoniales: hogares con deficiencias en las viviendas que habitan, tanto en las características de los materiales como en las instalaciones sanitarias.
- 8) Privación convergente: Hogares que presentan privación conjunta de recursos corrientes y patrimoniales.

Otra forma de aproximación del nivel socioeconómico, es a través del régimen de tenencia de la vivienda y la cobertura de salud, ya que según la modalidad que asuma indicaría la posibilidad económica para hacer frente a dicha inversión o gasto. Los indicadores calculados son los siguientes:

- 9) Porcentaje de hogares propietarios de la vivienda y el terreno.
- 10) Porcentaje de hogares inquilinos, ocupantes en relación de dependencia o prestada.
- 11) Porcentaje de hogares que tienen otras situaciones respecto al régimen de tenencia de la vivienda.

²¹ Fuente: *Página Web de la Dirección de Estadísticas de la Provincia de Córdoba*:
http://web2.cba.gov.ar/actual_web/estadisticas/censo2001/resultados/index.htm

12) Porcentaje de personas, respecto del total de la población, con Obra Social o Plan Médico

13) Porcentaje de personas, respecto del total de la población, con emergencia médica.

Otros indicadores calculados tienen en cuenta el número de hogares por vivienda:

14) Porcentaje de hogares con un hogar por vivienda.

15) Porcentaje de hogares con más de un hogar por vivienda.

Estos permiten discriminar aquellos que están en mayor riesgo de vivir en condiciones promiscuas.

6.2.2. Indicadores de comportamiento demográfico

6.2.2.1. Composición por edad y sexo.

La edad y el sexo son las variables principales de una población, ya que ésta tendrá una composición diferente según el número o proporción de varones y mujeres en cada grupo de edades. La mayoría de las funciones biológicas y sociales de los individuos varían con la edad y el sexo, atributos que aparecen correlacionados en grado muy diverso pero siempre importante, con otras características de la población, como estado civil, escolaridad, ocupación, movilidad demográfica, residencia urbana, etc. Por lo tanto disponiendo de esta información es posible conocer el número de niños en edad escolar, la mano de obra potencial, el número de personas en edad de retirarse de la actividad económica, cantidad de mujeres en edad fértil, etc.

La estructura por sexo y edad de la población afecta considerablemente el comportamiento demográfico y socioeconómico.

Algunas poblaciones son relativamente jóvenes, con una gran proporción de personas de pocos años, mientras otras son más viejas. Como consecuencia, tendrán una proporción diferente de fuerza de trabajo o en la escuela, así como distintas necesidades médicas, preferencias de consumo e, incluso, patrones de delincuencia. La estructura por edad de la población guarda una estrecha relación con la forma en que en ella se vive.

Para analizar la estructura por edad se puede trabajar con edades simples, grupos quinquenales o decenales. Para fines económicos y sociales es conveniente disponer de una clasificación resumida de grandes grupos de edades, en esta investigación se calcularon los siguientes indicadores para cada radio:

- 1) Porcentaje de personas menores de 4 años respecto del total de la población.
- 2) Porcentaje de personas de 5 a 14 años respecto del total de la población.
- 3) Porcentaje de personas de 15 a 19 años respecto del total de la población.
- 4) Porcentaje de personas de 20 a 24 años respecto del total de la población.
- 5) Porcentaje de personas de 25 a 34 años respecto del total de la población.
- 6) Porcentaje de personas de 35 a 49 años respecto del total de la población.
- 7) Porcentaje de personas de 50 a 64 años respecto del total de la población.
- 8) Porcentaje de personas de 65 y más años respecto del total de la población.

También se utiliza la *relación de dependencia* que es la razón entre el total de personas de edades *dependientes*, menores de 15 y mayores de 64 años, y las personas en las edades *económicamente productivas*, 14 a 64 años.

9) Rel. de dependencia de la población de 0-14 años =
$$\frac{\text{Población 0-14 años} \times 100}{\text{Población 15-64 años}}$$

$$10) \text{ Rel. depend. de la población de 65 años y más} = \frac{\text{Población 65 años y más} \times 100}{\text{Población 15-64 años}}$$

En toda población biológicamente normal, no expuesta a sucesos extraordinarios, ambos sexos representan prácticamente la misma proporción (50% cada uno). Pero hay circunstancias en que este equilibrio se altera. Para reflejar la distribución por sexo se calculó la relación de masculinidad, que expresa el número de varones por cada 100 mujeres, por lo tanto el indicador es:

$$11) \text{ Razón de masculinidad} = \frac{\text{Total de varones}}{\text{Total de mujeres}} \times 100$$

6.2.2.2. Fecundidad

A partir de los datos censales se dispone de la siguiente información:

- 1) El número de hijos nacidos vivos tenidos por las mujeres de 14 y más años (fecundidad retrospectiva).
- 2) El número de hijos nacidos vivos tenidos por las mujeres de 14-49 años durante los doce meses que preceden al momento del censo (fecundidad actual).

A partir de los datos antes mencionados, en esta investigación se utiliza el promedio de hijos por mujer para cada radio censal como un estimador de la fecundidad.

VII. Resultados obtenidos en esta investigación

VII. Resultados obtenidos en esta investigación

7.1 Procesamiento de los datos

El tratamiento de la base de datos se realizó con los programas SPSS y SPADN para determinar los ejes factoriales y el análisis de cluster. El mapa final se obtuvo a través del Sistema Georeferenciado ArcView.

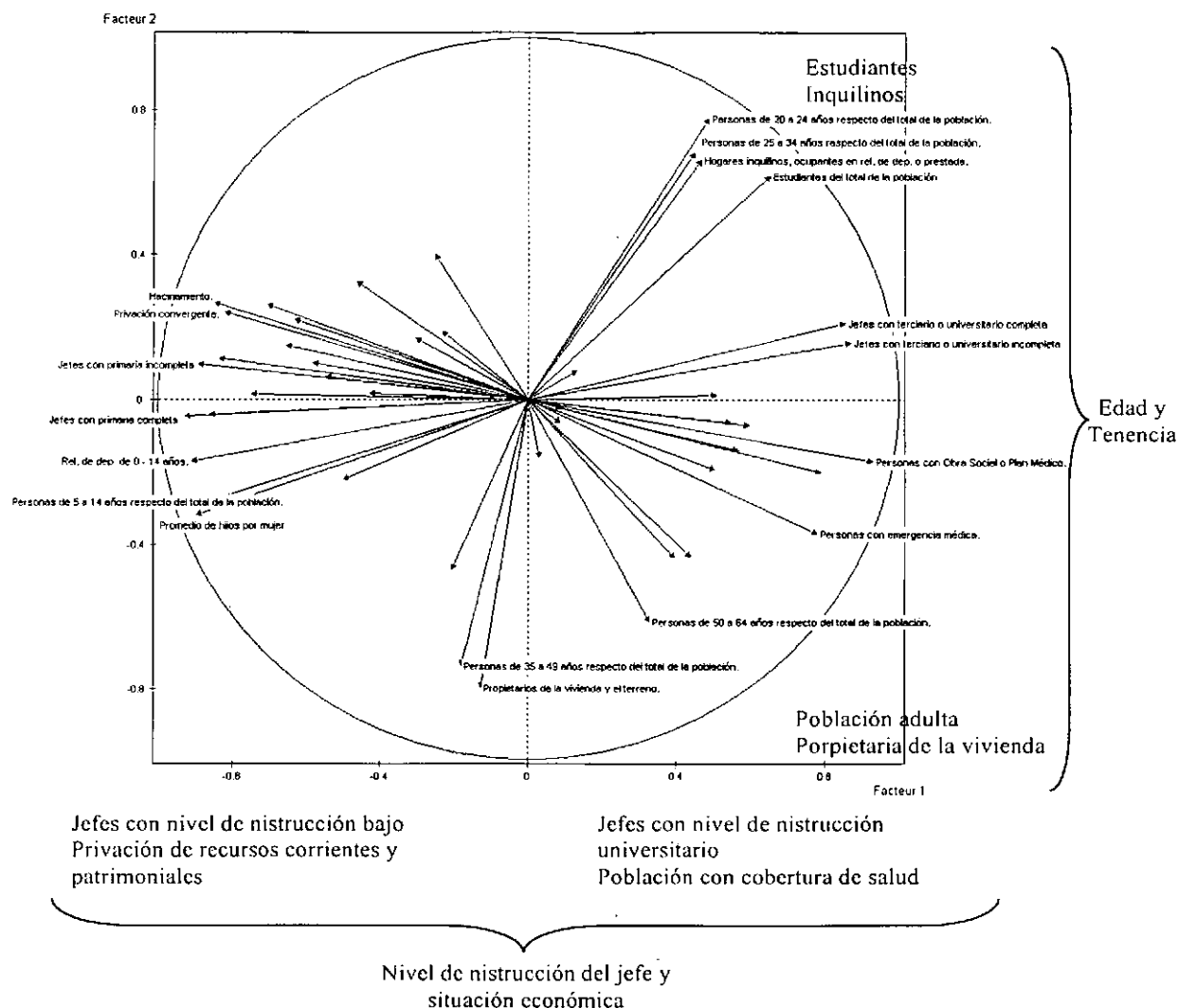
A partir de la matriz de correlación se procede al cálculo de las componentes principales. El primer resultado numérico que puede ser interpretado, está constituido por la lista de los valores propios y los porcentajes de varianza que los mismos representan. En el Gráfico N° 1 se muestran los que corresponden a los primeros ejes factoriales, donde se advierte la importancia de los dos primeros, que conjuntamente explican el 50% de la varianza total. El porcentaje acumulado de los diez primeros llega al 80%.

Gráfico N° 1: Valores propios y varianza acumulada por los diez primeros ejes factoriales

Nro	Valor Propio	%	% Acum	
1	17.00	37.7	37.79	*****
2	5.33	11.8	49.64	*****
3	2.77	6.1	55.80	*****
4	2.28	5.0	60.87	*****
5	1.92	4.2	65.15	*****
6	1.73	3.8	69.01	*****
7	1.59	3.5	72.55	*****
8	1.19	2.6	75.21	*****
9	1.11	2.4	77.68	*****
10	1.04	2.3	79.99	*****

En el Gráfico N° 2 se representa el círculo de correlaciones, de cuya lectura surge la caracterización de los dos primeros ejes factoriales. El primer eje refleja el nivel socio-económico del hogar, ubicándose a la derecha las modalidades que corresponden a un mejor posicionamiento social mientras que a la izquierda se encuentran las modalidades de los radios con mayor porcentaje de hogares con necesidades básicas insatisfechas. El segundo eje caracteriza el régimen de tenencia de la vivienda y la edad del jefe de hogar.

Gráfico N° 2: Círculo de correlaciones



El software Spadn utiliza el algoritmo de Ward sobre los diez primeros factores para formar los clusters. Luego de analizar el dendograma y ubicar la altura de corte, se identificaron seis grupos.

Las variables que caracterizan cada grupo son aquellas para las que hay diferencias significativas, luego de realizar un test de diferencias de medias. El software ordena las variables según los valores que asume dicho test.

Se detectaron seis grupos, permitiendo determinar los individuos (radios censales) que pertenecen a cada uno, por lo tanto se pudieron reconstruir mapas en los que se identifican las zonas que abarca cada estrato.

Cuadro N° 1: Distribución de los estratos

	Cantidad de individuos	%
Grupo 1: Clase "estudiantil"	87.868	7%
Grupo 2: Clase alta	189.959	15%
Grupo 3: Clase media	304.002	24%
Grupo 4: Clase media baja	330.682	26%
Grupo 5: Clase Baja	266.583	21%
Grupo 6: Clase Indigente	105.488	8%
	1.284.582	

A continuación se describe el perfil de cada grupo.

7.2 Grupo 1: Clase "estudiantil"

El grupo está compuesto por 181 radios censales que representan el 13,16%:

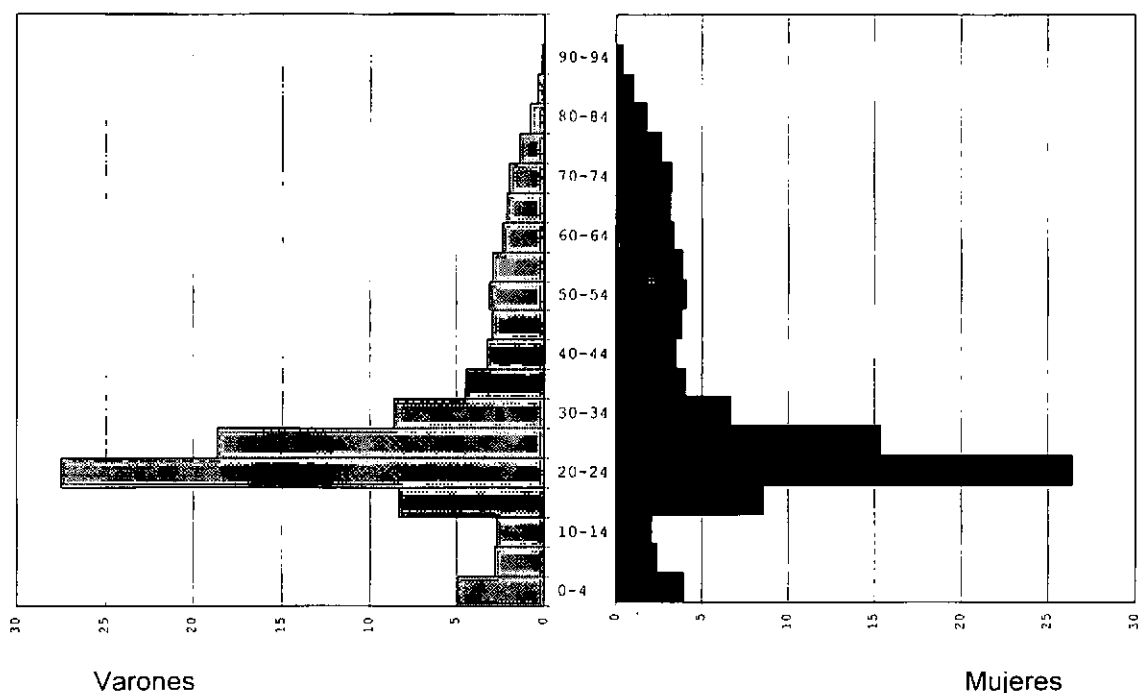
Total de hogares: 65.700

Total de personas: 87.868

A Córdoba también se la llama "la Docta" pues hay una solemnidad que viene de una Universidad antigua y tradicional como lo es la Universidad Nacional de Córdoba (U.N.C.). Este grupo estaría conformado por los estudiantes que anualmente recibe la ciudad, tanto del interior provincial como de provincias vecinas. Estos se radican en sectores tradicionalmente preparados para recibirlos, pensiones o departamentos que alquilan generalmente en los alrededores de la Ciudad Universitaria y del Hospital Nacional de Clínicas, dotando a dichos sectores de características socio-demográficas particulares.

Si se representa gráficamente la distribución por edad y sexo de la población que corresponde a este grupo puede observarse una forma muy irregular de la pirámide. La base es muy pequeña debido a la baja fecundidad. Luego se produce un abultamiento que comienza a partir del rango de edad de 15 a 19 años, particularmente influenciado por el extremo derecho de este intervalo, y el de 20 a 24 años conformado por jóvenes que vienen a estudiar a esta ciudad. A partir de los de 25 a 29 años el gráfico retorna a su forma habitual ya que a medida que culminan las respectivas carreras buscan nuevos horizontes o retornan al lugar de origen.

Gráfico N° 3: Pirámide de población - Grupo Clase Estudiantil



7.3 Grupo 2: Clase alta

El grupo está compuesto por 235 radios censales que representan el 17,09%:

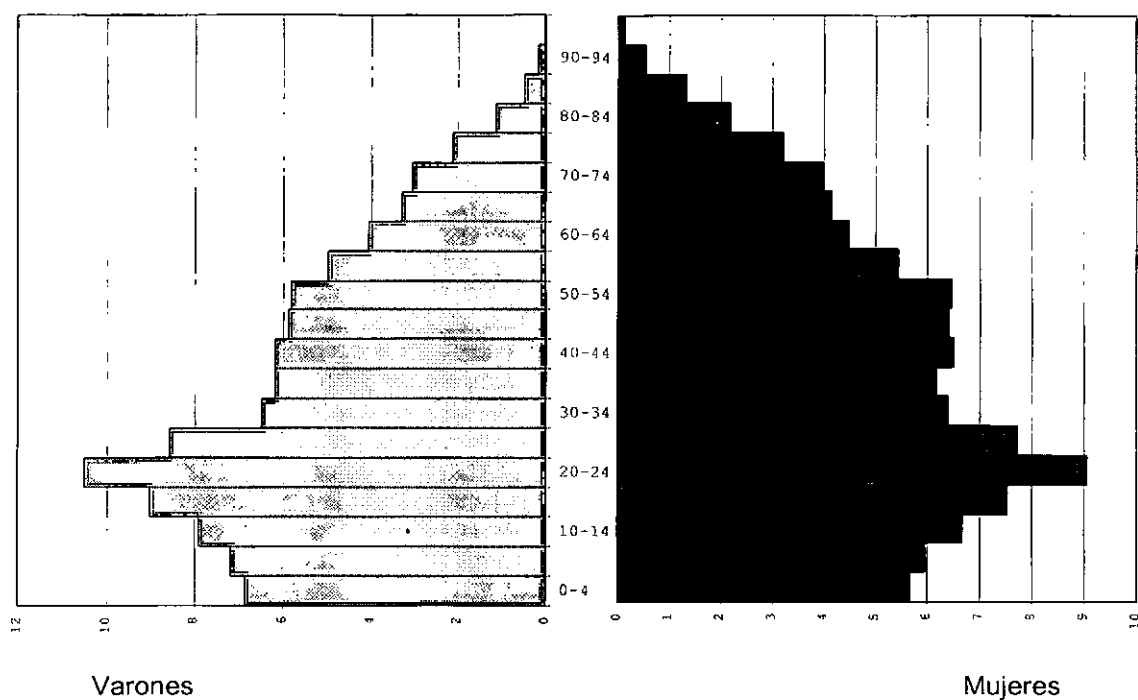
Total de hogares: 69.669

Total de personas: 189.959

Conformado por hogares de clase alta y media alta cuyo jefe de hogar ha alcanzado el nivel universitario, el 96% vive en un hogar por vivienda, además el 72% son propietarios de la vivienda y el terreno. El 80% de la población tiene obra social o plan médico, y el 52% emergencia médica. Las ramas de actividad que se destacan son enseñanza e intermediación financiera, por tener una proporción superior que el promedio de la población.

Este grupo está conformado por una población más envejecida ya que el 13% de las personas tienen más de 65 años. Puede observarse que la estructura de la pirámide es estrecha en la base y luego sufre deformaciones producidas por inmigraciones de distintas generaciones con el objetivo de estudiar o trabajar. Este fenómeno afecta también la base del triángulo ya que las familias se trasladan con sus hijos.

Gráfico N° 4: Pirámide de población - Grupo Clase Alta



7.4 Grupo 3: Clase media

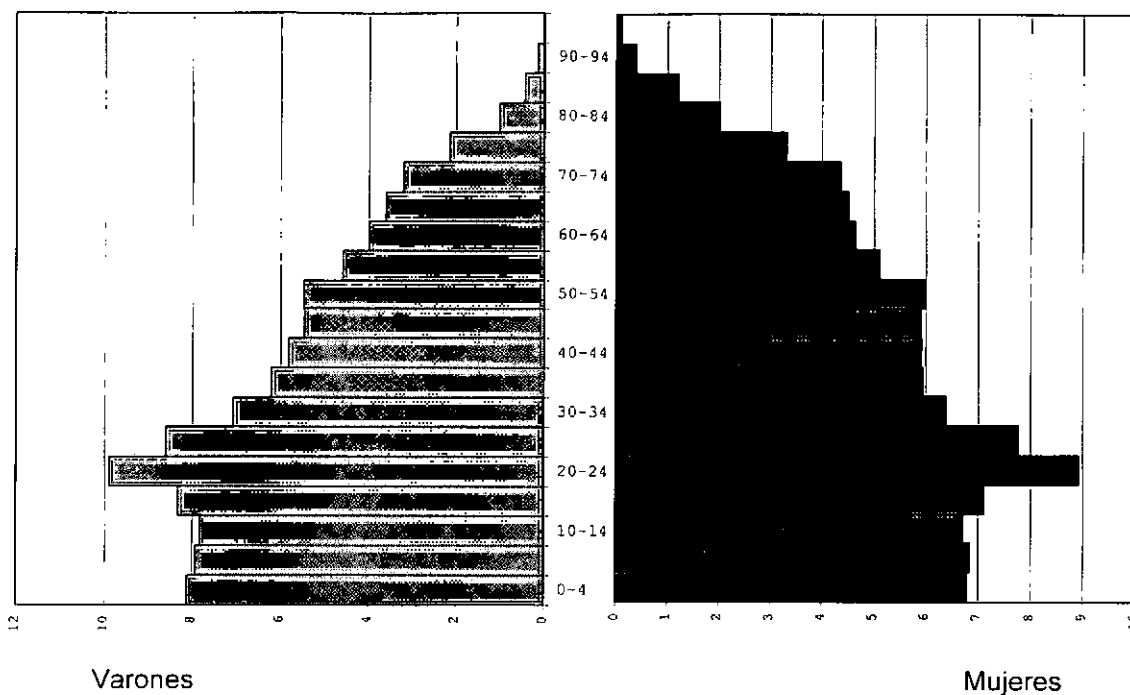
Este grupo está compuesto por 361 radios censales que representan el 26,25%:

Total de hogares: 107.124 Total de personas: 304.002

Muestra una población envejecida. Las variables que caracterizan al grupo no evidencian problemas socio-económicos, ya que el 94% vive en un hogar por vivienda, además son propietarios de la vivienda y el terreno. El 64% de la población tiene obra social o plan médico, y el 35% emergencia médica.

Es una población envejecida, ya que el 13,5% son personas mayores de 65 años. La base de la pirámide comienza a ensancharse levemente a causa del aumento en la fecundidad respecto a los dos grupos anteriores. También se ve afectada por abultamientos provocado por individuos que inmigraron por razones de estudio o laborales. Se nota una deformación hacia la derecha provocada por la mayor proporción de mujeres, dada la mayor longevidad de este género.

Gráfico N° 5: Pirámide de población - Grupo Clase Media



7.5 Grupo 4: Clase Media Baja

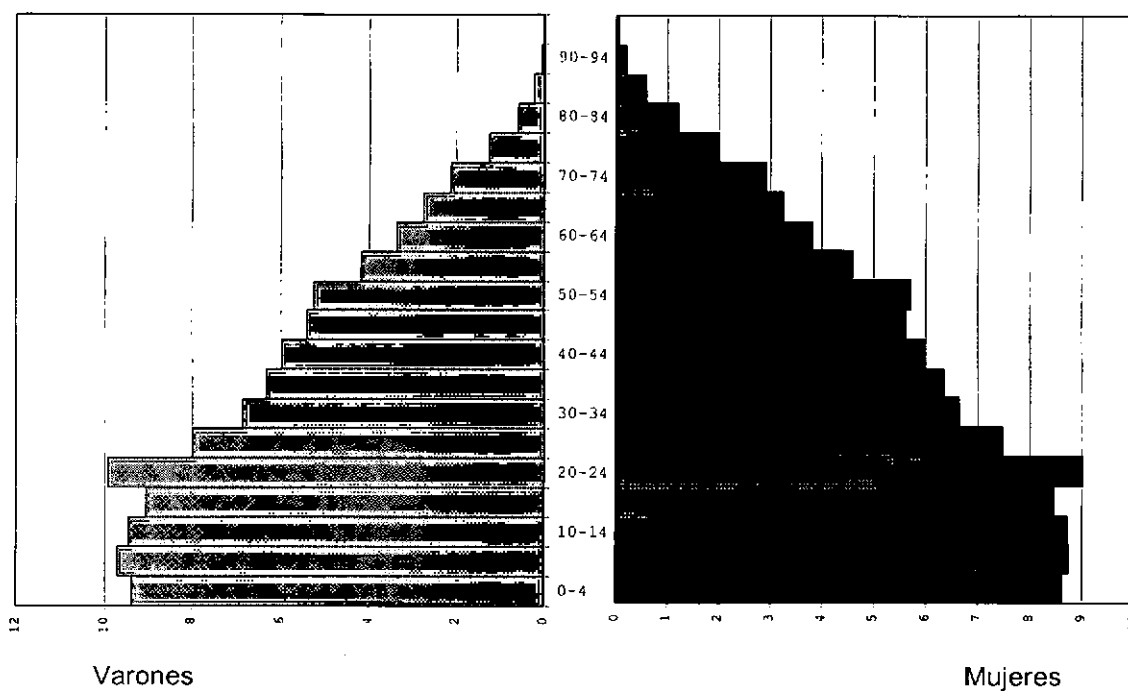
Este grupo está compuesto por 310 radios censales que representan el 22,54%:

Total de hogares: 97.180

Total de personas: 330.682

Si bien son propietarios de la vivienda y el terreno, este grupo se caracteriza porque el jefe de hogar tiene menor nivel de instrucción. La población se rejuvenece por la presencia de una mayor proporción de niños, reflejada por la relación de dependencia de los niños de cero a cuatro años respecto de la población en edad activa y la mayor proporción de población en la base de la pirámide poblacional si se la compara con la población total.

Gráfico N° 5: Pirámide de población - Grupo Clase Media Baja



7.6 Grupo 5: Clase Baja

Este grupo está compuesto por 206 radios censales que representan el 14,98%:

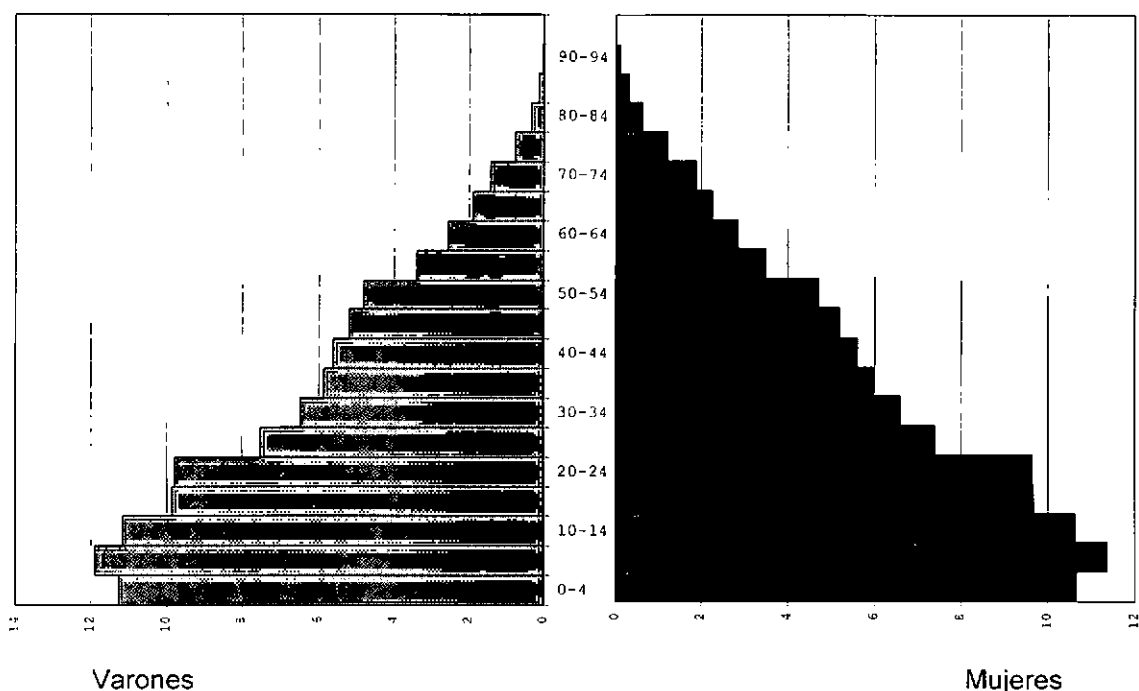
Total de hogares: 68.757

Total de personas: 266.583

Se caracteriza por el alto porcentaje de jefes de hogar que no accedieron a niveles superiores de educación. El 67% del grupo son propietarios de la vivienda y el terreno. La tasa de desocupación es superior al de la población total. Tienen privación convergente (de recursos corrientes y patrimoniales) y necesidades básicas insatisfechas.

La población joven es la que caracteriza este grupo, su amplia base queda de manifiesto en el hecho de que el 27% de la población es menor de 15 años y sólo el 8% son mayores de 65 años.

Gráfico N° 6: Pirámide de población - Grupo Clase Baja



7.7 Grupo 6: Clase Indigente

Este grupo está compuesto por 82 radios censales que representan el 5,96%:

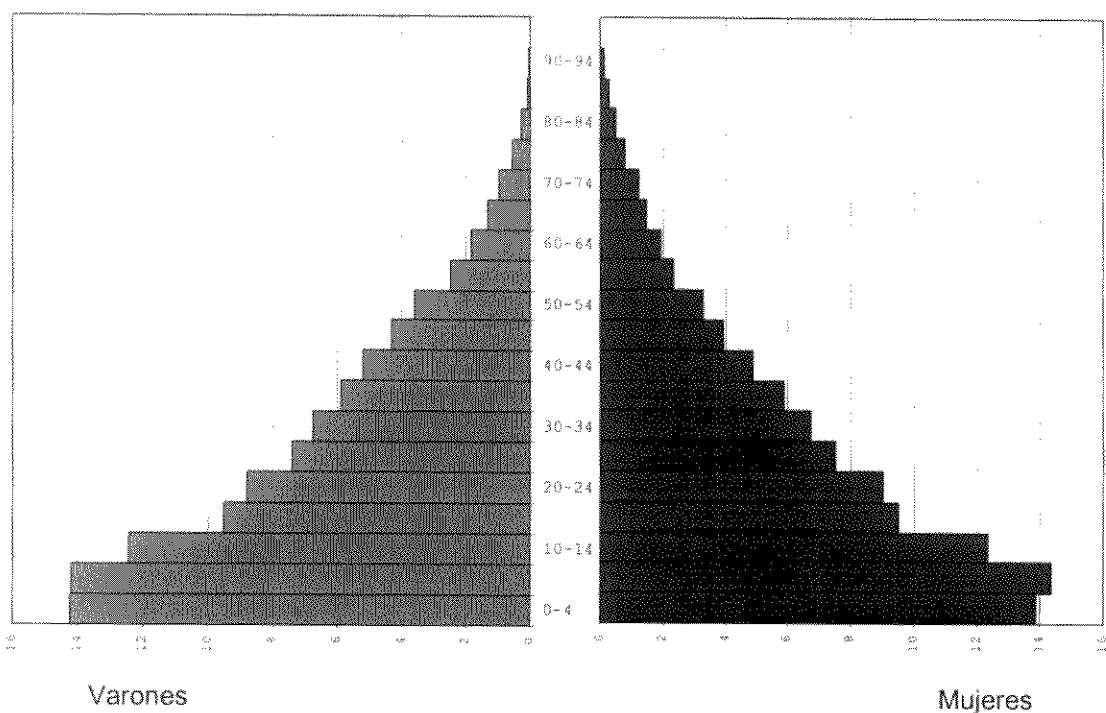
Total de hogares: 26.013

Total de personas: 105.488

Se caracteriza por la alta proporción de hogares con necesidades básicas insatisfechas. El 44% tiene privación convergente. La pirámide poblacional tiene una base ancha ya que la relación de dependencia de los niños es de 73 por cada 100 personas en edad activa.

La base de la pirámide del último grupo es muy amplia, el 41% es menor de 14 años. Puede observarse, además, una alteración de la forma principalmente del lado masculino: por un lado existe una marcada disminución de la población de 15 a 24 años, que puede ser fruto de emigración en busca de trabajo en otro lugar, o un aumento de la mortalidad debido a las malas condiciones de vida que enfrenta este sector.

Gráfico N° 6: Pirámide de población - Grupo Clase Baja



En el Cuadro N°2 se realiza una comparación de los valores que asume la variable nivel de instrucción del jefe de hogar para cada uno de los estratos.

Cuadro N° 2: Distribución de los grupos por nivel de instrucción del jefe

Nivel de Instrucción	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6
Primario incompleto	3,2	4,0	9,6	15,3	24,0	31,2
Primario completo	8,9	10,8	22,7	29,3	37,8	38,5
Secundario incompleto	9,5	11,7	20,3	22,5	21,8	18,6
Secundario completo	18,3	19,2	20,4	16,0	10,3	7,2
Terciario/Universitario incompleto	15,0	16,2	11,3	8,0	3,4	2,3
Terciario/Universitario completo	45,1	38,2	15,7	8,9	2,7	2,2

Mayor grado de escolaridad alcanzan los jefes de los grupos N°1 y N°2, en los que predominan aquellos que alcanzaron las instancias superiores de educación, independientemente de si completaron o no dicho nivel. A medida que las condiciones socioeconómicas decrecen, aumenta la proporción de jefes con menor educación formal.

Cuadro N° 3: Distribución de los grupos por tipo de vivienda

Nivel de Instrucción	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6
Casa tipo A	12.0	79.4	79.5	81.3	72.8	45.7
Departamento	83.9	19.1	17.2	11.5	6.3	3.3
Vivienda deficitaria o inadecuada	4.1	1.5	3.3	7.2	20.9	51.1

El Cuadro N°3 muestra que las viviendas deficitarias se presentan principalmente en el grupo N°5, destacándose la elevada proporción que registra el grupo N°6. En el estrato N° 1 se observa un alto porcentaje de departamentos, que puede atribuirse al gran número de estudiantes radicados en la zona.

De lo analizado anteriormente se puede extraer la primera conclusión sobre la conformación de los estratos: las condiciones habitacionales y el nivel de instrucción de los jefes de hogar van decreciendo del grupo N°2 al N°6.

El grupo N°1 presenta características particulares, conformado por los estudiantes que recibe la ciudad, tanto del interior provincial como de provincias vecinas, para asistir a la Universidad.

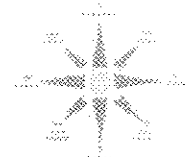
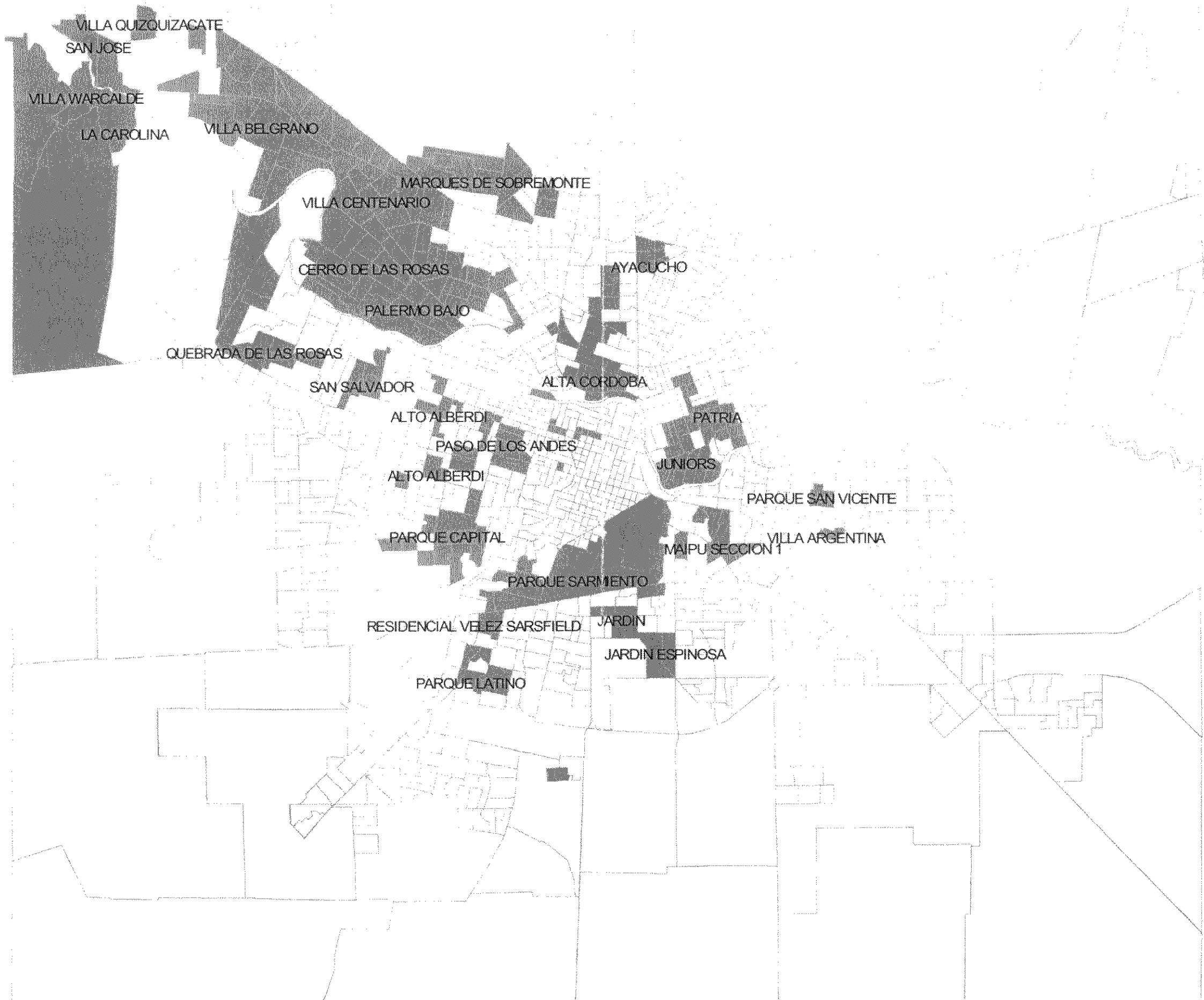
7.8 Construcción del mapa socio-demográfico

Los mapas que se presentan a continuación permite observar la distribución espacial de los diferentes grupos en la Ciudad de Córdoba.

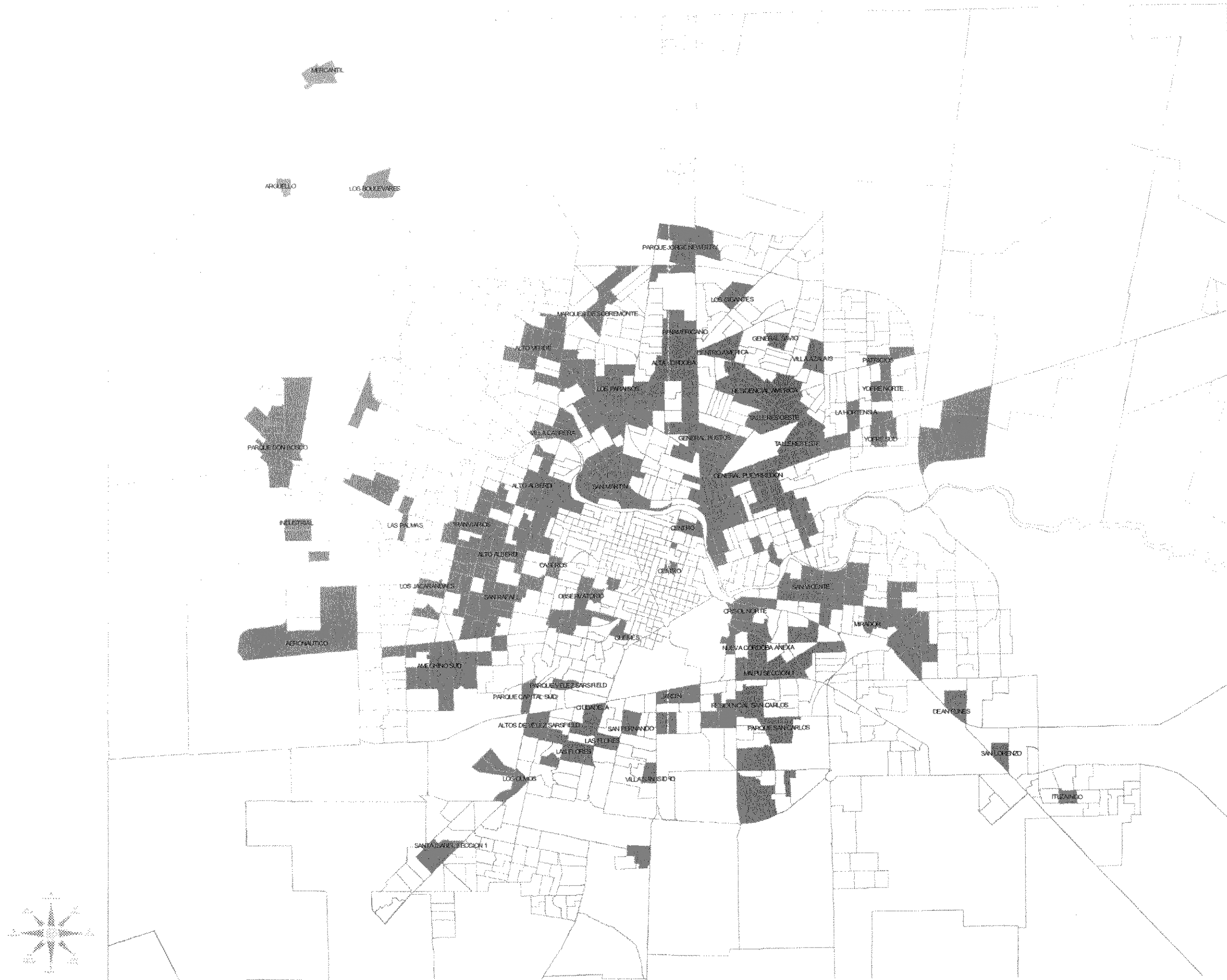
Mapa N° 1: Clase "Estudiantil"



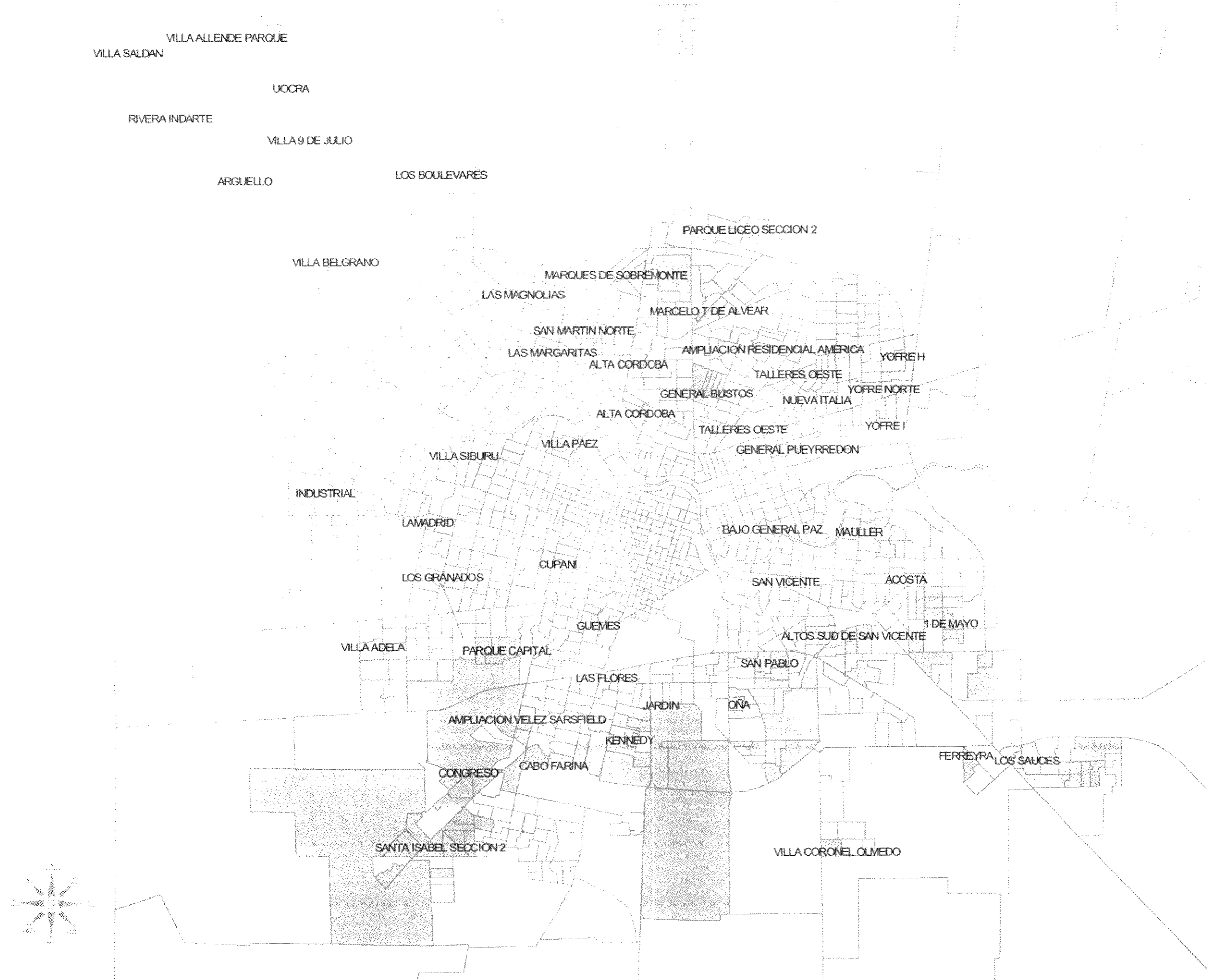
Mapa N° 2: Clase Alta



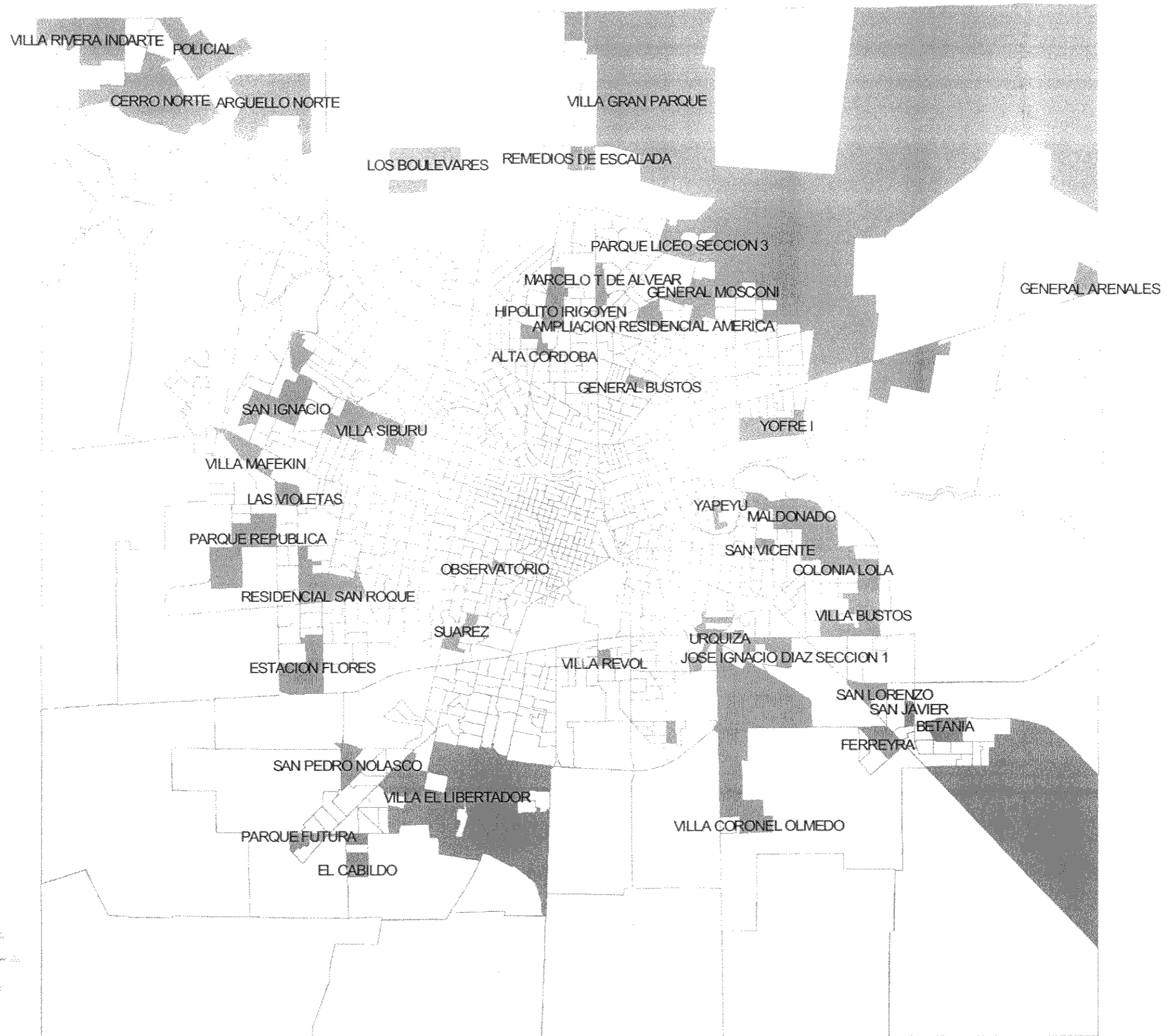
Mapa N° 3: Clase Media



Mapa N° 4: Clase Media Baja



Mapa N° 5: Clase Baja



Mapa N° 6: Clase Indigente



La calidad de vida o las características socioeconómicas y demográficas de la población de la ciudad de Córdoba que muestran los mapas, se reflejan en la existencia de las siguientes áreas:

- El *mapa N° 1* ocupa el área central. Por su proximidad a la Ciudad Universitaria y al Hospital de Clínicas es un área eminentemente estudiantil.
- El *mapa N° 2* completa el núcleo central y se extiende a barrios residenciales, predominantemente de la zona noroeste.
- Los *mapas N° 3 y N° 4* adquiere una forma aproximada de una corona alrededor de los de mayores recursos.
- El *mapa N° 5* abarca los barrios periféricos pobres y el *N° 6* muestra zonas de asentamientos de la clase social más pobre o indigente.

La descripción anterior es confirmada por Guillermo Irós, quien afirma que el desarrollo de la estructura física y espacial de la ciudad se caracteriza por su acentuado centralismo y la influencia del plan original de fundación. El río que la atraviesa, ha funcionado como un apoyo natural a su desarrollo. El patrón estructural de la ciudad consiste en tres zonas, que las describe aportando características arquitectónicas:²²

1. *Núcleo central histórico*: está estructurado en torno al Centro Histórico, caracterizado por la alta densidad poblacional. Contiene el conjunto de monumentos que le otorgan un valor relevante, como el jesuítico, que fue invadido por edificios en altura.

Reúne una gran variedad de actividades, predominantemente administrativas, comerciales y culturales, situación que genera una atracción desde todos los puntos de la ciudad.

2. *Una zona intermedia*: corresponde a los denominados barrios tradicionales desarrollados entre fines del siglo XIX y principios del XX. La densidad poblacional y edilicia es media. En general no existen sectores sin

urbanizar con edificación compacta y baja. Están organizados en función de los denominados corredores donde se localizan los principales centros de servicios.

3. *Un anillo periférico*: de menor densidad poblacional y que ha surgido en los últimos 40 años como consecuencia de la incorporación de grandes industrias a la ciudad. La llegada de familias en busca de trabajo, vivienda y educación para sus hijos. Con diferentes destinos de éxitos y fracasos, miles de viajeros alcanzaron las anheladas condiciones de confort que prometía la gran ciudad, pero otros pagaron el alto precio de la marginalidad y la pobreza.

La concentración física y funcional descrita anteriormente, está claramente expresada en el sistema de transporte. Refleja el patrón general de desarrollo de la Argentina: un área central densamente poblada y una periferia con baja densidad en la que coexisten zonas urbanas y semirurales.

El crecimiento de la población de la ciudad ha obligado a su expansión física. Probablemente el aumento de la actividad en el núcleo central, unido a la mayor disponibilidad de medios de transporte y el desarrollo de caminos, impulsaron a las clases más altas a trasladar su residencia hacia áreas alejadas del centro en busca de una mejor calidad de vida. Observando la mancha urbana se deduce una marcada línea de crecimiento de la ciudad hacia el noroeste, a través de la avenida Rafael Nuñez o la Recta Martinoli. Esto dio como resultado que poblaciones como Argüello o Villa Walcalde quedaran incluidas en el ejido municipal. En zonas adyacentes se asentaron pobladores pertenecientes a los estratos inferiores, y puede deberse a que su fuerza de trabajo se emplea en actividades del sector de más altos recursos.

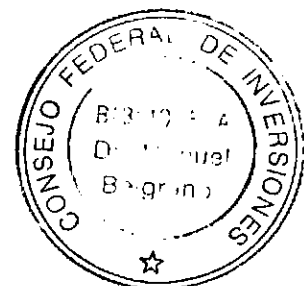
Hacia el sudoeste se observa otro tentáculo de crecimiento centralizado en la avenida Armada Argentina. Esta línea puede haber estado influenciada por la radicación de la planta industrial automotriz Renault que luego implicó la instalación

²² IRÓS, Guillermo. *Desarrollo urbano: reflexiones y acciones*. Editorial municipal de la ciudad de Córdoba. Intendente Dr. Ramón Mestre. Capítulo: *Consideraciones generales acerca del desarrollo urbano*. Pag. 41-52

en el sector de innumerables subsidiarias y que captaron gran cantidad de trabajadores.

Similar análisis al anterior puede realizarse respecto de los asentamiento sobre la avenida Amadeo Sabattini, al sudeste de la ciudad, en donde están radicadas las plantas de Fiat, IVECO (grandes camiones) y hasta no hace muchos años MATERFER (material ferroviario). Además, esta avenida se transforma en la Ruta Nacional N° 9 sur, que conduce a Rosario y Buenos Aires, y es considerada el principal acceso a la ciudad.

La infraestructura y los servicios están distribuidos de manera desigual. Córdoba tiene un amplísimo ejido urbano que está desordenadamente habitado, lo que provoca entre otras cosas, que la infraestructura resulte muy cara cuando no imposible de instalar y mantener. Esto explica porqué es tan difícil encontrar un sistema de transporte cómodo para los usuarios y a la vez redituable, y porqué resultan tan costosas las redes cloacales o la pavimentación de miles de cuadras de tierra que tiene la ciudad.



VIII. Conclusiones

VIII. Conclusiones

La importancia de este trabajo radica en que busca una perspectiva diferente y complementaria de abordar la información censal. Los métodos multivariados constituyen poderosas herramientas para encarar problemas de clasificación de unidades de análisis, con interesantes aportes a la identificación de variables con potencia discriminatoria en lo que hace a la caracterización de los grupos.

Esta metodología permitió, en primera instancia, disminuir la dimensión de las variables de análisis calculando las componentes principales, de donde surgió un conjunto de factores claramente interpretables con mínima pérdida de información. En segundo lugar, se logró agrupar las unidades de análisis en clases homogéneas. Finalmente se pudo representar los distintos estratos en mapas sociodemográficos.

Entre las numerosas ventajas de este procedimiento podemos mencionar:

- a. Ofrece un procedimiento simple, que puede ser aplicado a otras localidades de la provincia o del país.
- b. Utiliza bases de datos censales, preexistentes, escasamente explotadas para la confección de mapas sociodemográficos.
- c. El análisis multivariado permite comprender las relaciones complejas entre todas las variables que participan en la investigación.
- d. Ofrece la opción para estratificar y hacer un seguimiento histórico de cualquier localidad, hasta la fecha en que las bases de datos lo permitan.

Es de destacar que esta metodología no presenta mayores desventajas. Una debilidad que se puede mencionar es que el análisis corresponde a un momento determinado en el tiempo (fotográfico), el seguimiento histórico se realiza por comparación en distintos momentos.

Los resultados arrojados por esta investigación permiten concluir que el nivel de instrucción o el grado de escolarización del jefe de hogar es lo que permite discriminar los diferentes grupos. Dicha variable es restrictiva para el ingreso al trabajo: menores niveles educativos serán determinantes de la futura inserción laboral y explicarán, en buena medida, la insuficiencia de ingresos que caracterizan a los hogares más pobres.

A su vez, el ingreso influye en otras variables como la propiedad y el tipo de vivienda, la cantidad de personas por cuarto (hacinamiento), el número de hogares por vivienda y el acceso a obra social o plan médico.

En este trabajo se concluyó en la existencia de seis estratos o grupos sociodemográficos, cada uno con características homogéneas que se asimilaron a clases sociales y se representaron gráficamente en mapas.

Una vez conocida la manera en que se distribuye la población, se da un paso fundamental para poder mejorar las condiciones de vida, ya que esta información puede ser utilizada para la planificación urbana, mejorar el uso de la tierra, reducir el congestionamiento urbano u obtener recursos para aplicarlos a determinados grupos y áreas, entre otros.

Además, estos resultados podrían ser utilizados por empresas públicas o privadas para ubicar clientes y puestos de ventas, definir territorios o identificar nuevos negocios. En definitiva, ayudar a la planificación y a la toma de decisiones.

El gobierno debe jugar un papel preponderante en el análisis y difusión de esta información a través de los organismos correspondientes, como así también en el apoyo y promoción de investigaciones que se realicen en relación a la caracterización de la población.

IX. Bibliografía

IX. Bibliografía

- (1) BRYAN, Manly. Multivariate statistical methods: A primer, Chapman and Hall, Londres, 1986.
- (2) CAMISA, Zulma. Introducción al estudio de la Fecundidad, CELADE. 1982.
- (3) CAMPOY, Luis. Estratificación ocupacional de la población censada (1960) de la Argentina, por medio de variables ocupacionales y el complemento del nivel educacional – U.N. Cuyo - 1988
- (4) CEPAL-CELADE-BID. Impacto de las tendencias demográficas sobre los sectores sociales en América Latina, Santiago, Chile, 1996.
- (5) CONSEJO FEDERAL DE INVERSIONES (CFI). Estructura social de la Argentina. Indicadores de la Estratificación Social y de las Condiciones de Vida de la Población en base al Censo de Población y Vivienda de 1980, Buenos Aires, 1989.
- (6) DIAZ, Margarita. Discusión y aplicación de métodos multivariados en investigaciones sociales. Tesis doctoral, Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba, 1998.
- (7) HAIR Joseph y otros. Análisis multivariante, Prentice Hall Iberia, 5ª edición en español. Madrid, 1999.
- (8) INDEC. Censo nacional de población y vivienda 1991. Resultados definitivos. Serie D N°1
- (9) INDEC. Manual del censista, Censo Nacional de Población y Vivienda. Cédula Básica, 1991.
- (10) INDEC. Mapas de la pobreza en Argentina – Comité Ejecutivo para el Estudio de la Pobreza en Argentina (CEPA) – Documento de trabajo de trabajo N° 4 – Marzo 1994
- (11) INDEC. Mortalidad infantil en la Argentina a partir de la muestra del censo de 1970. Serie investigaciones demográficas. Buenos Aires, Octubre de 1995.
- (12) IROS, Guillermo. Desarrollo urbano: reflexiones y acciones, Editorial municipal de la ciudad de Córdoba. Intendente Dr. Ramón Mestre.
- (13) LEBART, L. Tratamiento estadístico de datos. Marcombo, Barcelona, 1985.
- (14) LEBART, L. Statistique exploratoire multidimensionnelle, Dunod. Paris, 1995.
- (15) LISTA, Carlos A. Cuadernos de Sociología, Atenea, Córdoba, 1992.

- (16) SHARMA, Subhash, Applied Multivariate Techniques, J. Wiley & Sons. Nueva York, 1996.
- (17) TORRADO, Susana. Información e investigación sociodemográfica en América Latina, CLACSO en Santiago de Chile, 1978.
- (18) TORRADO, Susana. Estructura Social Argentina:1945-1983, Ediciones de la Flor, Buenos Aires, 1992.
- (19) TORRADO, Susana. Procreación en la Argentina. Hechos e ideas, Ediciones de la Flor, Buenos Aires, 1993.
- (20) TORRADO, Susana. Población y desarrollo en la Argentina – En busca de la relación perdida, Comisión Familia y Minoridad del Honorable Senado de la Nación Argentina, 1999.

Anexo A

Valores y vectores propios

Fuente: Notas de cátedra de Matemática III de la carrera de licenciatura en economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.

Sea $A=[a_{ij}]$ una matriz $n \times n$, el vector $x \neq \phi$, tal que se verifique la siguiente igualdad matricial

$$A X = \lambda X$$

Para algún escalar λ , se llama VECTOR CARACTERISTICO o PROPIO de A.

Si se trasponen todos los términos al primer miembro, se tiene:

$$A X - \lambda X = \phi$$

y sacando factor común a la derecha del vector X

$$(A - \lambda I) X = \phi$$

Obteniéndose de esta forma un sistema de ecuaciones lineales homogéneo, del que se trata de obtener soluciones no triviales.

Para que existan soluciones no triviales en un sistema de ecuaciones lineales homogéneo, el determinante de la matriz de coeficientes debe ser nulo, es decir:

$$|A - \lambda I| = 0$$

Esta ecuación se denomina ECUACIÓN CARACTERÍSTICA de A y el POLINOMIO CARACTERÍSTICO de A resulta de desarrollar el determinante de la matriz de coeficientes del sistema.

Si la matriz A es $(n \times n)$ la ecuación característica resultante, será de grado n en la variable λ y de acuerdo a lo que establece el teorema fundamental del álgebra tiene n raíces o soluciones que se simbolizan con $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, denominados valores característicos o propios.

Para cada valor característico λ_i , se determina la estructura de vectores característicos a él, resolviendo un sistema homogéneo de la forma:

$$(A - \lambda_i I) X = \phi \quad \text{para } i=1, 2, \dots, n$$

Vale decir que se deben resolver n sistemas de ecuaciones homogéneas si la matriz dada es $n \times n$.