

6  
U 122  
S 11  
III

Buenos Aires, 5 de febrero de 1993.-

Al secretario general del  
Consejo Federal de Inversiones  
Ingeniero Juan José Ciáccera  
S/D

C. F. I.
INGRESO
~5/FEB 1993
Nº 426

Tengo el agrado de dirigirme a usted con el objeto de elevar a su consideración el informe final correspondiente al contrato de asistencia técnica al Ministerio de Educación de la Provincia de La Pampa.

atentamente

Sin otro particular, saludo muy

Patricia Sadovsky



O/U 122  
S 11  
III

U 121  
U 13

Proyecto de asesoramiento pedagógico en el área de matemática.  
Provincia de La Pampa.

Informe final

BIBLIOTECA

## INDICE

### I. AREA DE EDUCACION MEDIA

1. Documentos curriculares
2. Instancias de articulación entre la comisión de cambio curricular y el conjunto de los docentes
3. Capacitación de docentes
  - 3.1 Reuniones del conjunto de los profesores con la asistencia técnica
    - 3.1.1 Pertinencia de la instancia
    - 3.1.2 Temáticas abordadas
  - 3.2 Grupo de multiplicadores
    - 3.2.1 Conformación del equipo
    - 3.2.2 Temáticas abordadas
    - 3.2.3 Perspectivas
  - 3.3 Material impreso de capacitación
  - 3.4 Articulación con ofertas de capacitación provenientes de otras instituciones

### II. AREA DE EDUCACION PRIMARIA

1. Formación de capacitadores
  - 1.1 Integración del equipo
  - 1.2 Modalidad de funcionamiento
  - 1.3 Temáticas abordadas
    - 1.3.1 Caracterización del estado de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria
      - 1.3.1.1 Una pequeña exploración
        - a) Entrevistas a docentes
        - b) Problema tomado en cuarto y quinto grados
        - c) Problema tomado en sexto y séptimo grados
        - d) Análisis de los datos recogidos
      - 1.3.2 Algunas capacidades que debería desarrollar el estudiante a través del aprendizaje de la matemática
        - a) Estrategias cognitivas específicas de la resolución de problemas
        - b) Estrategias cognitivas generales

1.3.3 Algunas herramientas para el análisis didáctico

- a) Concepto de problema
- b) Noción de campo conceptual

2. Elaboración de un plan de capacitación para el periodo lectivo 1993

- 2.1 Fundamentos
- 2.2 Plan de capacitación
- 2.3 Cronograma
- 2.4 Comentarios al plan

Proyecto de asesoramiento pedagógico en el área de matemática.  
Provincia de La Pampa.

Informe final

Patricia Sadovsky

## I. AREA DE EDUCACION MEDIA

Las acciones en el ámbito de educación media giraron alrededor de tres grandes problemáticas:

- documentos curriculares;
- instancias de articulación entre la comisión de cambio y el conjunto del sistema;
- capacitación de docentes.

### 1. Documentos curriculares

A propósito de la formulación de documentos curriculares referidos al área de matemática, interesa considerar el estado de cosas en agosto de 1992, momento en que comienza a implementarse el proyecto de asistencia técnica. Se contaba hasta entonces con un documento de fundamentación del proyecto en el área de matemática, y con los contenidos correspondientes a primero y segundo años organizados en un esquema que contemplaba ideas básicas, conceptos y contenidos.

Por varios motivos, estos documentos resultaron insuficientes para orientar el trabajo de los docentes. Si bien el formato elegido para la explicitación de los contenidos pretendía dar cuenta de un proyecto que tiene como meta favorecer en el alumno la integración del conocimiento con niveles crecientes de organización, resultaba demasiado abierto en tanto no hacía referencia a las estrategias y procedimientos que se espera que el alumno ponga en funcionamiento en relación a los contenidos. Se observó entonces una discontinuidad entre el documento de fundamentación -que propone que el alumno debe apropiarse del modo de producir conocimiento en matemática- y la explicitación de contenidos- que no daba indicios acerca de la manera de implementar una propuesta que tuviera en cuenta este objetivo-. Esto último ubicaba al documento de fundamentación como un material poco jerarquizado por los docentes en la medida en que no se ofrecían posibles articulaciones entre la fundamentación teórica y los proyectos concretos de trabajo. En otras palabras, los documentos producidos hasta el momento no resultaban del todo suficientes para aquellos docentes que quisieran confrontar los objetivos planteados en el proyecto curricular con sus propias propuestas de trabajo.

Se observó, además que los documentos curriculares no hacían recomendaciones en cuanto a posibles distribuciones de tiempos y posibles ordenamientos en secuencias de aprendizaje. Este grado de apertura desorientó en general a los profesores, que muchas veces hicieron interpretaciones alejadas de las intenciones del curriculum: en algunos casos no supieron planificar adecuadamente los tiempos y priorizaron uno de los ejes sin abordar los otros, en otros pensaron que la formulación de contenidos planteaba una secuencia en el tiempo y leyeron los ejes como "bolillas" de un programa.

El análisis anterior llevó a la conclusión de que era necesario elaborar para el conjunto de los docentes pautas detalladas para la implementación del curriculum. En tanto es objetivo del proyecto que los alumnos se apropien de un modo particular de producir, se consideró necesario incluir contenidos procedimentales para cada uno de los contenidos conceptuales que se proponen. Es decir, puntualizar, para cada concepto, cuáles son los procedimientos que pueden ser favorecidos a través de su aprendizaje. Se ha evaluado que la explicitación de los procedimientos como objetos de enseñanza-aprendizaje podría aportar en dos sentidos: por un lado, si dichos aprendizajes no son considerados explícitamente, adquieren las características de aprendizajes espontáneos y se hace difícil que el alumno acceda conscientemente a ellos; por otra parte la explicitación de procedimientos asociados a los contenidos orienta la búsqueda de problemas que faciliten su puesta en juego.

Otro aspecto que se revisó es el de los tiempos previstos para el desarrollo de los contenidos en cada año. En general, los docentes han señalado que los contenidos son excesivos, aunque hay un mejor aprovechamiento entre el período '91 y el '92. El enfoque que sustenta el proyecto de cambio, exige evidentemente mayores tiempos de elaboración por parte del alumno, que los que tradicionalmente se concibieron. Sin embargo, dado que la mayoría de los docentes, está aún lejos de implementar el tratamiento que se pretende desde el enfoque, quitar contenidos puede generar un estado de laxitud sin garantizar, por el sólo hecho de que sean pocos contenidos, que su tratamiento sea el adecuado. En otras palabras, si se prescriben programas de trabajo menos extensos y los profesores no ofrecen innovaciones en cuanto al desarrollo de los temas, se corre el riesgo de provocar un vaciamiento. Finalmente se consideró que era necesario seguir trabajando en la capacitación de los docentes antes de hacer modificaciones sustanciales en cuanto a los tiempos previstos, pensando que esta última variable podría ser reajustada al final del período '93.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y una vez realizada la evaluación de la puesta en marcha de los períodos lectivos '91 y '92, se revisó y reajustó el listado de contenidos para primero y segundo años, se formularon los contenidos procedimentales y se elaboraron contenidos conceptuales y procedimentales para tercer año. (En el anexo 1 de este informe se transcriben los listados correspondientes).

Los contenidos formulados para tercer año introducen muchas modificaciones respecto de lo que se venía haciendo. Tradicionalmente los programas de tercer año se centraban en transmitir el conjunto de mecanismos necesarios para operar con polinomios. En tanto los alumnos no tenían elementos para reconstruir la lógica de los mecanismos que debían aprender, el énfasis en lo algorítmico brindaba muy pocas oportunidades de desplegar estrategias y procedimientos de mayor complejidad cognitiva. La propuesta realizada ahora, relativiza el peso de esta temática, la incorpora al eje "funciones", y elimina la centración en lo algorítmico. Por otra parte, se incorpora el estudio de otras funciones, además de las polinómicas, se introduce el estudio de sistemas lineales y no lineales y la resolución de ecuaciones de segundo grado. Es de esperar que este programa sea poco aceptado de entrada por los docentes y el año '93- primer período de implementación del proyecto de cambio en tercer año - será un año de ajustes en torno a esta propuesta.

## 2. Instancias de articulación entre la comisión de cambio curricular y el conjunto de los docentes

Se señaló en el punto anterior que el hecho de haber formulado una propuesta demasiado abierta, ha dado lugar a grandes desvíos respecto de las intenciones del curriculum. Esto ha sido objeto de discusión y análisis conjunto entre la asistencia técnica y la comisión curricular. Queda claro de todos modos que la sola elaboración de documentos, por más acabados que sean, no cubre las necesidades de capacitación y seguimiento de los docentes hacia la apropiación de la propuesta curricular. Mas allá de la capacitación específica en el área de matemática, de la que se informará en el próximo punto, se detectaron carencias en el seguimiento de la práctica cotidiana de los docentes. La asistencia técnica discutió con la comisión de cambio curricular acerca de los riesgos que comporta la falta de espacios de articulación. Se consideró que, en realidad, el proyecto tiene pocas posibilidades de avanzar si no se intensifican los espacios no solamente de capacitación sino también de seguimiento. En este sentido se intenta recuperar el rol de los coordinadores como orientadores pedagógicos. Aunque no puedan ofrecer una mirada específica acerca del trabajo de los docentes con los contenidos -en general son docentes provenientes de otras áreas de conocimiento- sí pueden observar en las clases las interacciones que se producen a propósito de la enseñanza de un contenido particular. Los espacios de conceptualización, el debate en el conjunto de la clase, la validación de la actividad del alumno más allá de la clásica corrección por parte del profesor, constituyen todavía zonas muy problemáticas en relación al área de matemática y en las que resultaría de interés el aporte de los coordinadores. Se inicia un trabajo con ellos con el objetivo de que empiecen a realizar las siguientes acciones

- observar y registrar clases;
- indagar acerca de las intenciones didácticas de los docentes a propósito de las clases que observan;
- confrontar la planificación de los docentes con lo que realmente se desarrolla;
- hacer devoluciones a los profesores acerca de las observaciones realizadas;
- indagar acerca de los modos de evaluación que implementan los profesores;
- indagar acerca de las causas de fracaso de los alumnos.

## 3. Capacitación de docentes

A los efectos de analizar el panorama de la capacitación docente y, pensando en posibles líneas futuras de desarrollo, conviene distinguir las siguientes instancias

1. reuniones del conjunto de profesores con la asistencia técnica;
2. grupo de multiplicadores;
3. material impreso de capacitación;
4. articulación con ofertas de capacitación provenientes de otras instituciones.

### 3.1. Reuniones del conjunto de los profesores con la asistencia técnica

#### 3.1.1 Pertinencia de la instancia

En el momento de dar comienzo a las acciones del proyecto de asesoramiento, la asistencia técnica revisó algunas planificaciones de docentes, carpetas de alumnos e informes redactados por los profesores a pedido de la comisión curricular. Un análisis del material mencionado permitió caracterizar el estado de apropiación de los docentes en relación a la propuesta de cambio. En ese sentido se pudo inferir que

- muchas clases de matemática tienen un enfoque centrado en lo algorítmico;
- hay escasos espacios de conceptualización alrededor de los temas que se trabajan con los alumnos;
- no se proponen problemas lo suficientemente abiertos como para dar lugar a diversos procedimientos y estrategias;
- los ejercicios tienden a la mecanización;
- algunas propuestas parecieran dirigirse a alumnos de los grados medios de escuela primaria;
- algunos docentes hacen caso omiso de los lineamientos y siguen ajustándose al plan de "contenidos mínimos";
- existe una tergiversación importante alrededor de la noción de problema;
- el debate en el aula no es utilizado como un recurso que favorece la puesta en juego de modos de producción

A pesar de lo insuficientes que resultaban los espacios de capacitación con el conjunto de los profesores, se consideró necesario preservarlos ya que los mismos brindan la oportunidad de hacer correcciones de tipo general, de analizar el estado del proyecto, de responder preguntas e inquietudes de los docentes, de detectar errores de interpretación de las líneas curriculares y analizar sus causas. En tanto no exista una estructura de capacitación en funcionamiento, estas reuniones presenciales constituyen el único espacio de comunicación entre la comisión de cambio y los docentes.

#### 3.1.2 Temáticas abordadas

En el marco de este proyecto de asesoramiento pedagógico, se realizaron dos jornadas con los profesores de primero, segundo y tercer año. La primera de estas jornadas se dedicó al análisis de los contenidos de primero y segundo años. La asistencia técnica explicitó las razones por las cuales se formularon los contenidos procedimentales y expuso acerca del sentido de la formulación de contenidos por ejes estructurantes, aclarando que la misma no alude a ordenamientos de programa.

Se propusieron numerosos ejemplos para ilustrar las intenciones de la propuesta de contenidos, se establecieron comparaciones con otras propuestas curriculares, se recomendaron

posibles ordenamientos y posibles distribuciones de tiempo.

Las prescripciones que se hicieron tranquilizaron a los docentes. Se dejó en claro que no es del ámbito de responsabilidad de los mismos formular propuestas curriculares sobre la base de un curriculum abierto. Por el contrario - se explicitó- pasado un período de discusión y acercamiento hacia la propuesta, es responsabilidad de los docentes llevar adelante un programa de trabajo cuya formulación es responsabilidad de la comisión curricular.

La asistencia técnica señaló, siguiendo a R. Douady la utilidad de considerar, para cada concepto matemático su caracter de objeto y su caracter de instrumento. Por instrumento se entiende el funcionamiento del concepto en los diversos problemas que permite resolver. Por objeto se entiende el concepto matemático considerado como objeto cultural (Douady, R; 1984).

Vinculado a la idea de instrumento se consideraron los contenidos desde la perspectiva de los modelos matemáticos: la resolución de un problema implica establecer relaciones entre las variables involucradas, y la utilización de un concepto en ese contexto significa adoptarlo como modelo adecuado. La construcción de los conceptos está intimamente ligada al aspecto modelizador: construir un concepto es no sólo arribar a una definición del mismo, sino también establecer el conjunto de problemas que dicho concepto permite resolver. Esto es, establecer el alcance y las limitaciones del mismo como modelo.

A partir de estas consideraciones, se retomó la noción de problema que, en las representaciones de los profesores, aparece muy alejada de las intenciones del curriculum. En general, los profesores interpretan problema como "problema de la realidad". Esta concepción - como se señalara en informes anteriores- es riesgosa pues no suele tener en cuenta la estructura interna de la disciplina matemática y se piensa solamente en motivaciones de tipo externo. Los términos "realidad", "cercanía", "significatividad" suelen confundirse unos con otros. Es necesario tener en cuenta la realidad cognitiva del estudiante y, si éste es desafiado intelectualmente no es imprescindible que los problemas que se le propongan atiendan a la "realidad" externa. Tampoco resulta de interés plantear problemas matemáticos, desafiantes intelectualmente, pero que no responden a un interés de progreso en el aprendizaje y se presentan aislados unos de otros. Este tipo de problemas, si bien pueden entretener a los alumnos ofrecen pocas posibilidades de conceptualizar. Es necesario evitar generar una dicotomía entre problema matemático y problema de la realidad. Ambas situaciones no son por sí solas, ni buenas ni malas: por un lado, no es ni necesario ni suficiente que un problema se refiera a la "realidad" para que sea significativo para el alumno; por otra parte es importante dejar en claro que los contextos conocidos por el alumno permiten recuperar experiencias extraescolares y sistematizarlas a partir de la enseñanza escolar.

En el segundo encuentro con los profesores se trabajó sobre los contenidos de tercer año y sobre el eje "probabilidad y estadística".

En relación a las ideas trabajadas a propósito de los



contenidos de tercer año, se hizo énfasis en el papel de las distintas formas de representación. Al respecto se propusieron ejemplos a través de los cuales se pudo mostrar hasta qué punto una forma de representación particular no solamente describe cierto objeto sino que posibilita agregar conocimiento acerca del mismo.

En general, los docentes consideraron que el planteo para tercer año resulta muy exigente para ellos. Se les sugirió que trataran de precisar cuáles son los aspectos que consideran más problemáticos y que enviaran sus observaciones a la comisión curricular.

Respecto del trabajo alrededor de un eje temático - como por ejemplo probabilidad y estadística- la asistencia técnica evalúa que, en tanto las carencias de los docentes respecto de los contenidos matemáticos son muy severas, una instancia en la que participa tanta gente y que consta de una única jornada no es del todo aprovechada por los profesores. Efectivamente, para algunos contenidos, los docentes no están en condiciones de hacer un análisis didáctico de los mismos si previamente no abordan ellos el estudio matemático correspondiente. En ese sentido la asistencia técnica considera- pensando en planes futuros- reservar el espacio con todos los docentes para intercambios de tipo curricular y prever otras instancias para cubrir las necesidades de formación en cuanto a contenidos matemáticos. (Ver ítems 3.3 y 3.4 ).

## 3.2 Grupo de multiplicadores

### 3.2.1 Conformación del equipo

Uno de los objetivos del proyecto de asesoramiento pedagógico fue contribuir a la formación de un grupo que pudiera efectuar tareas de capacitación a los docentes pertenecientes al proyecto de cambio.

Se buscaba formar recursos humanos en el área de matemática que estuvieran en condiciones de seguir la tarea del conjunto de los docentes, de evaluar las dificultades en la implementación, de discutir las situaciones que los profesores desarrollan en sus clases, de asesorarlos en la tarea de selección de problemas, de analizar los procesos de los estudiantes... Es decir, no se concibió al capacitador en el rol de dar cursos sobre algunas temáticas, sino más bien en el papel de asesor que interactúa con el docente utilizando como material de trabajo aquello que el profesor propone para sus alumnos.

Esta opción se fundamenta en la necesidad de seguir de cerca la práctica de los profesores y ayudarlos a confrontar entre la propuesta curricular y sus propias concepciones. Se analizó que instancias de este tipo favorecen la posibilidad de que el profesor vaya modificando paulatinamente su propuesta y comprendiendo cuáles son verdaderamente las intenciones del proyecto que debe llevar adelante. Se evaluó también que los cursos más tradicionales, si bien son útiles, no siempre son operativos en el sentido de ofrecer herramientas para modificar el trabajo en el aula.

En el momento de pensar en este grupo, se evaluó que existían muy pocos recursos humanos que se recortaran claramente del conjunto como posibles capacitadores. Esto obstaculizaba la conformación "natural" de un equipo que fuera aceptado por la mayoría de los docentes. Esta realidad hizo que se prefiriera seguir un criterio más administrativo para la selección de docentes que integraran el grupo de multiplicadores. Se optó finalmente por decidir que serían integrantes del equipo aquellos docentes que

- fueran docentes del ciclo básico
- tuvieran título de profesor.
- hubieran asistido a la mayoría de las instancias de capacitación.

Cabe aclarar que, tanto la comisión como la asistencia técnica, contemplaron el hecho de que el criterio adoptado incorporaba al grupo personas que habían explicitado posiciones opuestas a la línea curricular, o que evidenciaban bajo perfil para la tarea, a pesar de lo cual se decidió aceptar el modo de incorporación mencionado. Teniendo en cuenta que ninguna de las personas seleccionadas estaba en condiciones de ejercer el rol de capacitador en el momento de la conformación del grupo, se insistió en señalar que se trataba de un grupo de estudio y reflexión que no se planteaba, por el momento, acciones hacia el resto del sistema. A medida que el grupo avance en su funcionamiento será necesario explicitar reglas que permitan seleccionar con más rigor quiénes serán encargados de desarrollar acciones de capacitación y seguimiento.

### 3.2.2 Temáticas abordadas

La asistencia técnica realizó dos reuniones con el equipo de futuros capacitadores. Podría decirse que este equipo (17 personas) es una muestra representativa de lo que sucede con el conjunto de los docentes: hay personas muy alejadas del proyecto, hay otras que hacen una lectura muy superficial o distorsionada y hay un grupo de cinco docentes que tienen una buena formación y realizan un trabajo muy serio y de acuerdo con el proyecto de cambio.

Uno de los primeros objetivos planteados para las jornadas de trabajo con este equipo fue llevar a cabo una discusión teórica a través de la cual se explicitaran claramente los supuestos que orientan la propuesta curricular y, al mismo tiempo, se contrapusieran con otras concepciones de la enseñanza de la matemática. Esta discusión estuvo apoyada por la lectura de algunos artículos y por el análisis de algunos registros de clases. En un momento de la primera jornada se solicitó a los participantes que redactaran individualmente un informe que describiera el enfoque que propone el proyecto de cambio, que explicitaran logros alcanzados y posibles riesgos. La producción del grupo fue despareja.

En algunos casos, se trató de intervenciones que aludían a aspectos superficiales de la propuesta y que evitaban una verdadera evaluación de la maracha del proyecto. Se citan a título de ejemplo, algunas respuestas de los participantes:

"este proyecto es muy interesante porque se tiende a que la matemática sea algo dinámico";

"los alumnos construyen el conocimiento y participan activamente en la elaboración de los conceptos";

"se centra el trabajo en el aula en propuestas de situaciones problemáticas que motiven al alumno".

De las intervenciones anteriores se desprende una caracterización pobre del proyecto, un nivel de generalidad que resulta difícil penetrar. Pareciera que todo marcha bien, que no se presentan dificultades, y que todos los docentes desarrollan el mismo enfoque y acuerdan en los aspectos centrales de la propuesta. Estas intervenciones contrastan con otras en las que se evidencia una mayor reflexión acerca del enfoque y, sobre todo, acerca de los problemas que surgen de su implementación:

"existen dificultades para que los alumnos registren las sistematizaciones que se hacen en clase"

"algunos problemas que he notado se relacionan con la no formalización de los conceptos y pienso que se debe a una falta de manejo por parte nuestra en la discusión general con los alumnos"

"Podemos caer en un pseudo cambio cuando realmente seguimos con la misma práctica, un poco disfrazada ya sea por trabajos en equipo o por poner problemas que consideramos novedosos; podemos caer en un activismo del alumno sin orientación ni finalidad clara".

Este otro grupo de docentes está en mejores condiciones de pesquisar cuáles son los verdaderos problemas que plantea la implementación de curriculum, lo cual resulta muy auspicioso para la tarea que se pretende llevar a cabo.

La discusión de la primera jornada giró alrededor de los siguientes temas:

- concepto de problema
- tendencia al activismo
- trabajo en equipo versus trabajo individual
- validación de la actividad de los alumnos
- el papel del debate y de la argumentación en el aprendizaje de la matemática
- el papel de la interacción entre distintos marcos de representación
- la modelización intramatemática y extra matemática.

Se discutió acerca de las dificultades que existen para plantear situaciones abiertas, que den lugar a diversos procedimientos, que aborden problemáticas complejas, que generen discusión en el grupo de clase. Se señalaron los peligros de transformar las clases en resolución de ejercicios

exclusivamente, sin debate, sin argumentaciones por parte de los alumnos. También se expresó que, al evitar las situaciones de confrontación entre todo el grupo, se desdibuja el rol del docente que aparece como un interlocutor individual de cada alumno y no como un coordinador de la clase. Se marcó, además, la necesidad de recuperar el papel del docente como responsable de transmitir el saber.

En cuanto al balance entre trabajo en equipo y trabajo individual, se señaló la necesidad de que existan ambos tipos de producciones. En cuanto al trabajo en equipo, se señaló que es necesario controlar que se trate verdaderamente de una elaboración colectiva y no, como muchas veces ocurre, de una suma de individualidades que aparentan formar un equipo porque se encuentran en ubicaciones cercanas.

Se hizo énfasis en el papel central del debate en el aprendizaje de la matemática, y su estrecha relación con la validación de la actividad del alumno por el alumno mismo (y no, por el profesor como tradicionalmente ocurre) y, por lo tanto, con el modo de producir conocimiento en matemática. Al respecto, se expuso acerca de posibles temas de debate:

- pertinencia o no de utilizar un determinado modelo en la resolución de un problema;

El objetivo de este tipo de debates es invitar al estudiante a confrontar lo que es con lo que no es. En general los alumnos creen que resuelven un problema porque hacen ciertas cuentas, sin percatarse de que es la existencia y utilización de un modelo matemático apropiado lo que hace posible resolver el problema a través de esas cuentas.

- formulación de problemas que se resuelvan utilizando un concepto;

Resulta productivo que los estudiantes propongan problemas que involucren determinado concepto y que establezcan semejanzas y diferencias entre los distintos problemas propuestos; que discutan acerca de la adecuación de las situaciones al concepto, procurando, además, que cada nuevo problema que elaboren muestre algún aspecto distinto del concepto en cuestión.

- validez o no de una conjetura;

Este tipo de debate obliga a pensar en caminos de investigación, a buscar ejemplos o contraejemplos para aceptar o rechazar la conjetura, a elaborar cadenas deductivas, a prestar atención a las argumentaciones de otro estudiante.

Se expuso acerca de modos de favorecer el uso e integración de diferentes formas de representación (gráfica, algebraica, geométrica) en la presentación de los conceptos y en la resolución de problemas, teniendo en cuenta que cada forma de representación expresa y pone en juego aspectos y estrategias particulares. Se insistió en lo fecundo que resulta dar lugar a la interacción entre las distintas formas de representación y no únicamente al análisis de cada una de manera independiente de las otras.

Se hizo una distinción entre modelización extra matemática, es decir, la utilización del aparato matemático para representar situaciones provenientes de otro campo del conocimiento y modelización intra matemática, es decir la representación de un objeto matemático a través de otro objeto matemático. (Chevallard, Y; 1989).

A partir de la evaluación de la primera jornada, se elaboraron estrategias que favorecieran una participación más reflexiva de los integrantes del equipo. En ese sentido se consideró conveniente analizar en la segunda jornada el material de trabajo que ellos utilizan en sus clases con el objetivo de comparar distintas alternativas a propósito de un mismo contenido y discutir acerca de los enfoques subyacentes a las mismas. Se solicitó a los participantes que acercaran carpetas de alumnos para poder analizar sus producciones.

El trabajo de intercambio del material utilizado en aula fue altamente positivo. Los profesores más cercanos a la propuesta- que habían tomado en cuenta las recomendaciones formuladas desde el proyecto y habían llevado al aula muchos de los problemas trabajados en las instancias de capacitación- exhibieron producciones de sus alumnos que superaban notoriamente en calidad, en complejidad, en elaboración a las producciones de los estudiantes cuyos profesores están ubicados en una perspectiva muy algorítmica. Esto hizo alto impacto en el grupo de docentes que venía mostrando una actitud muy resistente al proyecto lo cual generó numerosas autocríticas por parte de este grupo. A raíz de esta situación hubo lugar para señalamientos importantes realizados por los otros docentes y por la asistencia técnica:

- los inconvenientes de que los alumnos trabajen con material muy pautado;
- la centración en lo algorítmico sin fundamentación;
- las escasas o nulas instancias de conceptualización por parte de los estudiantes;

Los docentes aludidos reconocieron estas críticas como pertinentes, esbozaron posibles modificaciones, y solicitaron intercambiar los materiales para replantear su trabajo.

La asistencia técnica evalúa que la comparación de las producciones de los alumnos en los distintos enfoques mostró hasta qué punto la propuesta curricular preserva el sentido de la actividad para el alumno sin descuidar por eso los aspectos algorítmicos.

El otro aspecto trabajado en la reunión se refiere a algunos contenidos matemáticos. Se había observado que ciertas carencias en la formación matemática de los participantes entorpecían la posibilidad de que los futuros multiplicadores realizaran un análisis didáctico de los contenidos que tuviera en cuenta los lineamientos curriculares. En ese sentido se piensa en reservar para este grupo un espacio para abordar temas de matemática.

A partir de estas observaciones, la asistencia técnica planificó un trabajo dedicado al análisis de los contenidos "función lineal" y "función exponencial". Se implementó una modalidad que ya había sido utilizada en otras instancias de

capacitación con el conjunto de los docentes: analizar situaciones pensadas para los alumnos tratado de explicitar

- cuál es el conocimiento que se pretende que el alumno movilice;
- cuáles son las herramientas con las que cuenta el alumno para resolver la situación;
- qué estrategias pondrá probablemente en juego el alumno y cuáles son sus modelos implícitos;
- cómo controla el alumno su propia actividad;
- qué aspectos se podrían debatir con el conjunto de la clase a partir de la resolución de los alumnos.

La asistencia técnica considera que esta metodología posibilita tratar simultáneamente los aspectos matemático y didáctico, a propósito de un contenido particular. Esto resulta pertinente en tanto se sostiene que para que los docentes puedan abordar la complejidad que supone la apropiación de un concepto o de una red de conceptos por parte de los alumnos, es imprescindible la necesidad de realizar un análisis tanto desde la perspectiva de la estructura interna del dominio de conocimiento como desde la perspectiva del sujeto que aprende. (Las situaciones presentadas se transcriben en el anexo 3).

En tanto las situaciones propuestas intentan penetrar las definiciones formales de los contenidos tratados, los docentes se ubicaron más como alumnos que como docentes, dedicando mucho más tiempo a la resolución de los problemas (como si fueran alumnos que los están resolviendo por primera vez) que al análisis de los mismos.

Se analizaron con el conjunto de los participantes algunos errores típicos de los alumnos, tratando de explicitar cuáles son los supuestos que hacen que los estudiantes desplieguen estrategias erróneas. Se comparó el análisis realizado con lo que tradicionalmente se denomina "planificación" y a partir de esta comparación se rescató la idea de que, planificar no es únicamente prever la actividad que el alumno realizará, sino también tener en cuenta qué estrategias podrá poner en juego, como se articularán los procedimientos producidos por los alumnos con los procedimientos correctos de resolución, qué discusiones podrán realizarse con el conjunto de la clase, qué aspectos formalizará el docente después de la actividad...

### 3.2.3 Perspectivas

En el estado actual de cosas, no es pensable un proyecto de capacitación que involucre en lo inmediato a los integrantes del grupo como capacitadores. Se propone que este equipo asuma durante el primer período de 1993 la tarea de seleccionar situaciones didácticas que la totalidad de los profesores podría utilizar en sus clases. Se piensa en producir un material que contenga, además de las situaciones, un análisis de las mismas según el esquema esbozado en el punto anterior. Este trabajo resultaría un ámbito de formación para los posibles capacitadores y su producto podría utilizarse como material de apoyo y capacitación para el conjunto de los docentes.

### 3.3 Material impreso de capacitación

Desde la gestación del proyecto curricular hasta la fecha, la comisión de cambio ha seleccionado, editado y distribuido entre los profesores, una serie de materiales que contienen

- artículos teóricos acordes con el enfoque pedagógico
- artículos sobre temas matemáticos y sobre historia de la matemática
- situaciones didácticas que se han discutido en las sucesivas instancias de capacitación con la totalidad de los profesores.

La comisión de cambio no tiene datos acerca del aprovechamiento de ese material por parte de los profesores, aunque existen indicios de que el mismo ha sido muy poco utilizado. En algunos casos, incluso, el material ha quedado "detenido" en la dirección de las escuelas sin llegar a los docentes de matemática. Esto significa evidentemente una dispersión de esfuerzos que es necesario recuperar de alguna manera. La asistencia técnica propuso, por un lado, hacer un seguimiento del material distribuido; por otro, implementar formas de distribución de nuevos materiales que garanticen que los profesores de matemática los reciban, conozcan las intenciones de los mismos e informen sobre su aprovechamiento. Si se cumplen estas últimas condiciones, los materiales impresos podrían aportar, sin duda, a la capacitación de los profesores.

### 3.4. Articulación con ofertas de capacitación provenientes de otras instituciones

La comisión curricular y la asistencia técnica acordaron en la necesidad de articular las instancias de capacitación que se lanzan desde este proyecto con otras que pudieran provenir de diversas instituciones. En ese sentido se recomendó prestar atención a las distintas ofertas, hacer una evaluación de las mismas y, en caso de considerarlo pertinente, fomentar desde el proyecto de cambio, la participación de los profesores.

En esa dirección, la comisión solicitó a la asistencia técnica el análisis de un material distribuido por el CENCAD, titulado "La geometría en la escuela secundaria". La asistencia técnica evaluó que el material es sumamente formativo para los profesores y recomendó a la comisión que garantizara su distribución.

## II. AREA DE EDUCACION PRIMARIA

Las acciones en relación con el área de educación primaria se centraron en

1. formación de recursos humanos para capacitar en el sistema primario en relación al área de matemática;
2. elaboración de un plan de capacitación para el período lectivo 1993.

### 1. Formación de capacitadores

#### 1.1 Integración del equipo

La selección de integrantes del equipo estuvo a cargo de la dirección de planeamiento, y se realizó fuera del marco del proyecto de asesoramiento pedagógico.

El equipo está integrado por nueve profesoras de matemática, dos de las cuales son profesoras de didáctica de la matemática en profesorados de educación básica, dos dirigen escuelas primarias, una se desempeña como maestra de área, una integra el equipo de la dirección de planeamiento y las restantes no tienen vinculación con el sistema primario. Algunas de las participantes han dictado cursos a maestros cuyo diseño estuvo a cargo de ellas mismas pero, ninguna ha formado parte de un equipo de capacitación que discutiera y elaborara estrategias colectivamente.

#### 1.2 Modalidad de funcionamiento del equipo

Las participantes asistieron a tres encuentros y realizaron diversos trabajos encargados y supervisados por la asistencia técnica.

#### 1.3 Temáticas abordadas

El trabajo con el equipo giró en torno a las siguientes temáticas

1. Caracterización del estado de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria
2. Algunas capacidades que debería desarrollar el estudiante a través del aprendizaje de la matemática
3. Algunas herramientas para el análisis didáctico

##### 1.3.1 Caracterización del estado de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria

En la primera jornada de trabajo se solicitó a las participantes que describieran, según su punto de vista, el estado de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria. En general, hubo coincidencia entre las integrantes del equipo en caracterizar el enfoque de la enseñanza de la matemática como muy mecanicista, con pocas posibilidades por parte de los alumnos, de poner en juego procedimientos ante situaciones alejadas del momento del aprendizaje, con un perfil muy bajo en cuanto al



desempeño de los egresados.

La asistencia técnica señaló al respecto, que enarbolar una actitud sumamente acusadora hacia los docentes, sin disponer de una fundamentación sólida y desde un discurso más bien superficial, resulta muy poco productivo cuando se piensa en brindar herramientas para que los docentes mejoren la calidad de su trabajo. En el mismo orden de ideas, se expresó la necesidad de ir adquiriendo conocimientos un poco más sólidos acerca de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, es decir, conocimientos que trasciendan el terreno de la opinión. La asistencia técnica propuso entonces, empezar a recoger datos un poco más concretos acerca de lo que está ocurriendo.

#### 1.3.1.1 Una pequeña exploración

Se evaluó que escapaba a las posibilidades del equipo realizar un trabajo exhaustivo en la dirección antes señalada. Sin embargo, se expresó la conveniencia de realizar una pequeña exploración, ya que la misma brindaría elementos de análisis, sin duda útiles para quienes piensan en capacitar. Se diseñó en consecuencia una pequeña exploración que consistió en

- entrevistas a maestros.
- un problema para que resolvieran alumnos de cuarto y quinto grados
- un problema para que resolvieran alumnos de sexto y séptimo grados

##### a) Entrevistas a docentes

Se propuso realizar una entrevista abierta. Como orientación se indicaron las siguientes preguntas

- Qué piensa el docente de la enseñanza actual de la matemática en la escuela primaria.
- Cuáles deben ser las competencias de un alumno al egresar de la escuela primaria.
- Cuál es el desempeño real que alcanzan los alumnos

##### b) Problema tomado en cuarto y quinto grado

Está próximo a zarpar un barco con 200 personas. Por cualquier emergencia dispone de botes salvavidas. Si en cada bote hay lugar para 12 personas, cuántos botes como mínimo se necesitan?

Se trata de un problema que, exige para su resolución, la idea de cociente por exceso que es, en general, poco trabajada en la escuela a pesar de su frecuente utilización en la vida cotidiana. Se anticipa que los alumnos realizarán "la cuenta"  $200/12$  cuyo cociente es 16 y su resto es 8 y responderán que se

necesitan 16 botes y no 17..

c) Problema tomado en sexto y séptimo grados

Utilizando la tabla y el mapa averigua cuánto cuesta ir en un auto Renault 12 desde Victorica hasta Santa Rosa. Te conviene ir en auto o en micro? (Los alumnos disponían de un mapa de la provincia de La Pampa).

Consumo cada 100 km	
Vehículo	litros
Fiat 600	8
Renault 12	10
Ford F-100	13

El objetivo era observar hasta qué punto los alumnos utilizan el concepto de proporcionalidad que se supone central en sexto y séptimo grado. Por otra parte se intentaba indagar cómo utilizan los alumnos los datos para resolver el problema cuando los mismos no vienen enunciados verbalmente. Finalmente se buscaba explorar si los alumnos requieren la información que no se les presenta pero que resulta necesaria para resolver el problema.

d) Análisis de los datos recogidos

Del análisis de las entrevistas realizadas a maestros por los capacitadores se desprende que existe un estado generalizado de insatisfacción. Los docentes consideran que el problema radica en el tipo de situaciones que se proponen a los alumnos que, en general, coinciden en señalar como "poco concretas y alejadas de la realidad". Llama la atención este planteo en la escuela primaria donde, los problemas, que se proponen suelen referirse a contextos cotidianos y cercanos al alumno.

La asistencia técnica considera que se trata, nuevamente, de un discurso superficial que no tiene en cuenta su propia práctica y que ha comenzado a propagarse últimamente con notable intensidad. Se estima que el estado de insatisfacción se debe al bajo perfil conseguido por los egresados de la escuela y a la falta de interés que los alumnos muestran hacia la matemática. Pero los docentes tienen dificultades para detectar las causas de esos resultados y entonces apelan al discurso de moda.

La mayoría de los entrevistados señala que la matemática sirve para "aprender a razonar" pero este objetivo no se corresponde con los logros obtenidos ya que los mismos docentes entrevistados señalan como una de las carencias importantes "que los alumnos no saben razonar".

En cuanto a los resultados de las producciones de los alumnos se detecta muy bajo rendimiento. El problema propuesto para cuarto y quinto grados, en general no se resuelve

correctamente. A través del mismo se buscaba indagar hasta qué punto los alumnos eran capaces de analizar el resultado de una división en función del contexto del problema. Aún en el caso en que los alumnos reconocieron la división, no fueron, en general, capaces de pensar que era necesario sumar uno al cociente para obtener la respuesta al problema. Pero hubo muchísimos casos en los que no se reconoció que la operación división resolvía el problema, lo cual hace pensar que, probablemente, los chicos desconocen el significado de la operación y la práctica alrededor de este tema se centra en la aplicación del algoritmo convencional, desprovisto de contextos que le den sentido. Se han obtenido mejores resultados en cuarto grado que en quinto; se repara en ello aunque no se tienen suficientes datos como para esbozar una explicación de esta cuestión.

En relación con el problema propuesto para sexto y séptimo grados, los alumnos evitaron la utilización del mapa, estimando la distancia sobre la base de sus conocimientos previos o directamente, inventándola. Se observó que los alumnos disponían de un algoritmo para resolver problemas de regla de tres (en general por proporciones) pero en la mayoría de las producciones hay indicios de que dicho algoritmo se utilizó de manera mecánica. Algunos alumnos, ante la tabla que relacionaba modelos de auto con rendimiento de combustible usaron erróneamente la representación cartesiana, tratando como variable numérica los rótulos 600 (de Fiat 600), 12 (de Renault 12) y 100 (de Ford F100). Este tratamiento hace suponer que los alumnos ligan ciertas tareas a ciertas formas de representación y, en este caso, asocian de manera no pertinente, la tabla de datos con la representación cartesiana.

Las entrevistas y las tomas han sido realizadas por los capacitadores con mucha seriedad y rigor, lo cual sería un índice de su interés por el trabajo al que se pretende integrarlos.

### 1.3.2 Algunas capacidades que debería desarrollar el estudiante a través del aprendizaje de la matemática

La asistencia técnica realizó una exposición en la que puntualizó aquellas capacidades que son características de la actividad matemática y que, por lo tanto deberían ser desarrolladas por el alumno a través del aprendizaje de esta disciplina. En ese sentido señaló la necesidad de transformar en objeto de enseñanza estrategias y procedimientos típicos del quehacer matemático ya que, la explicitación de tales aspectos como contenidos pone al maestro en posición de diseñar situaciones didácticas para cubrir dichos contenidos. Se trabaja, a través de ejemplos alrededor de las siguientes estrategias:

#### a) Estrategias cognitivas específicas de la resolución de problemas

- anticipación de resultados
- detección de datos implícitos en la formulación
- organización de datos
- planificación sistemática de actividades
- transformación del problema en otro más sencillo
- rechazo de procedimientos que parecen no conducir a

- la meta
- análisis de la razonabilidad de los resultados
- reinserción de los resultados en el problema
- análisis de la economía de la estrategia elegida

#### b) Estrategias cognitivas generales

Detección de similitudes y diferencias, abstracción de características esenciales, generalización.

Construcción e interpretación de definiciones

Validación de procedimientos

Establecimiento de conjeturas

Ejemplificación y contraejemplificación

Detección de estructuras equivalentes ante problemas presentados con diferencias superficiales

Utilización de distintas formas de representación

Interpretación de una situación presentada mediante diferentes lenguajes: gráfico, algebraico, geométrico, verbal, etc.

Expresión de una situación a través de diferentes lenguajes

Traducción de un lenguaje a otro.

### 1.3.3 Algunas herramientas para el análisis didáctico

#### a) Concepto de problema

Se comentó acerca del reconocimiento general que existe en torno al hecho de que la enseñanza de la matemática está estrechamente ligada a la resolución de problemas. Sin embargo se sostuvo— cuando se trata de profundizar a partir de la enunciación de ese gran principio, comienzan a diferenciarse distintas posturas en cuanto al papel que juega el problema en el proceso de aprendizaje.

Se recuperó la noción de problema como la situación que es capaz de movilizar en el alumno los recursos que le permitan ver que el concepto que se pretende que aprenda es la herramienta mejor adaptada a la resolución del problema. Responder acerca del papel del problema en el aprendizaje de la matemática remite a una cuestión central: cómo lograr que los conceptos aprendidos tengan significado para el alumno? Se sostuvo que el alumno podrá elaborar el significado de los conceptos si los hace funcionar en la resolución de distintos problemas. Un concepto no se agota, en general, en la resolución de un único tipo de problemas; es por eso que es necesario enfrentar al alumno con situaciones que le muestren distintos aspectos de un mismo concepto. En otras palabras, es necesario garantizar cierta exhaustividad en el planteo de problemas, de manera que nuevos problemas den lugar a nuevas reflexiones a propósito de una noción o de una red de nociones.

Esta última cuestión se ejemplificó través del análisis del

concepto de división. Para ello, se solicitó a los integrantes del equipo que resolvieran y analizaran una serie de problemas que involucran el concepto de división ( ver anexo 4).

A través de esta actividad los docentes inventaron diversos algoritmos para resolver situaciones de división en las que pusieron en juego distintas propiedades. Se analizó hasta qué punto la explicitación de esas propiedades posibilita la apropiación progresiva, por parte de los alumnos del algoritmo convencional de la división. Se trabajó sobre un posible recorrido que permitiera progresar a los niños desde sus producciones espontáneas hacia los procedimientos convencionales. Al respecto se señaló que muchos docentes posibilitan la puesta en juego de procedimientos producidos por los alumnos pero que, no facilitan una articulación entre estos procedimientos y los convencionales que se deben adquirir, sino más bien, yuxtaponen lo espontáneo con lo convencional, lo cual relativiza completamente el valor de la puesta en juego de las producciones de los alumnos.

Se trabajó sobre procedimientos que permitieran estimar la cantidad de cifras del resultado de una división encuadrándolo entre dos potencias sucesivas de diez. Se señaló la conveniencia de acordar con los alumnos la puesta en juego de este tipo de estimaciones ya que las mismas favorecen un control de la conducta de los alumnos por parte de ellos mismos.

#### b) Noción de campo conceptual

Se buscó - a través del análisis de problemas de proporcionalidad - que los participantes tomaran conciencia de que un concepto no se presenta aislado sino que aparece, en las distintas situaciones, imbricado con una red amplia de conceptos. Esta idea lleva a la noción de campo conceptual. Dado el papel que juega la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática, el estudio didáctico de un campo conceptual debe necesariamente estructurarse a partir de los problemas que se pueden proponer.

Como criterio general, se esbozó un esquema organizativo que posibilitara la formulación de una secuencia de problemas, de manera que ésta, una vez elaborada, cubriera toda la complejidad del campo conceptual, y la complejidad de su adquisición.

La puesta en marcha de este criterio general adopta distintas formas según el campo conceptual particular de que se trate. Para el caso de la proporcionalidad directa se adoptó un esquema organizativo que tiene en cuenta

- los conceptos cercanos subordinados: dominio numérico; magnitudes; medida
- los posibles procedimientos de resolución
- las diferentes formas de representación
- los conceptos derivados de los contextos de utilización.

## 2. Elaboración de un plan de capacitación para el período lectivo 1993

### 2.1 Fundamentos

La asistencia técnica considera que las acciones de capacitación que más impacto producen en el sistema educativo son aquellas en las que el docente capacitado tiene oportunidad de intercambiar con su capacitador aspectos vinculados a su práctica en el aula. Cuando la instancia de capacitación se ve nutrida por un ida y vuelta al aula, por una anticipación de lo que puede ocurrir con los alumnos ante una determinada propuesta y una confrontación posterior con lo que realmente ocurrió, por una planificación de posibles estrategias de los alumnos y posibles intervenciones docentes, por correcciones producto del análisis de experiencias de las que es protagonista, el maestro tiene mayores posibilidades de comprometerse con la tarea de mejorar la calidad de su trabajo y puede atrapar mejor la complejidad del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Por el contrario, cuando no se establece la conexión entre las ideas trabajadas en un curso de capacitación y la práctica que el docente lleva a cabo diariamente, el maestro piensa que aquello que se está tratando en el curso - aún siendo apreciado por él- le resulta ajeno a sus posibilidades.

Por otra parte, es necesario tener una clara noción de los recursos con los que se cuenta para desarrollar un plan de capacitación. En ese sentido cabe aclarar que los integrantes del grupo de futuros multiplicadores necesitan seguir participando de encuentros en los que se elaboren las ideas que se intenta transmitir al conjunto del sistema. En otras palabras, se trata de un grupo en formación y, por lo tanto, el plan que se diseña debe considerarlo como tal.

### 2.2 Plan de capacitación

Teniendo en cuenta las observaciones realizadas, la asistencia técnica elaboró un plan de capacitación para someter a la discusión con el equipo de la dirección de planeamiento. El plan contempla dos etapas:

#### Primera etapa:

Trabajo a realizar con el grupo de futuros multiplicadores

- 1) Selección y análisis de diferentes propuestas de trabajo para desarrollar en diferentes ciclos de la escuela primaria
- 2) Elaboración de tres secuencias de problemas apuntando, cada una, a un contenido correspondiente a un ciclo diferente de la escuela primaria.
- 3) Análisis de las secuencias teniendo en cuenta los aspectos a los que se apunta, las posibles intervenciones docentes y las posibles estrategias de los alumnos.
- 4) Puesta a prueba y registro de las secuencias elaboradas.

- 5) Análisis de los registros y correcciones correspondientes.
- 6) Segunda puesta a prueba y registro teniendo en cuenta las correcciones surgidas del análisis de los registros
- 7) Elaboración de un documento en el que se transmitan las situaciones, los análisis previos, los registros, las elaboraciones y correcciones surgidas del análisis de registros.

#### Segunda Etapa

- 1) Trabajo de taller con los docentes de un grupo de escuelas que deseen participar voluntariamente de la capacitación, sobre la base del documento elaborado.
- 2) Diseño de pequeños proyectos por escuela
- 3) Puesta a prueba de los diseños por escuela
- 4) Evaluación.

#### 2.3 Cronograma

**Febrero:** La asistencia técnica envía material para que el grupo de capacitadores comience a analizar y seleccionar secuencias de problemas .

**Marzo:** Reunión entre la asistencia técnica y el grupo de capacitadores para la elaboración de las secuencias. Ajuste de las mismas por parte de los capacitadores, en función de las ideas trabajadas en la reunión y sobre la base de la lectura bibliográfica recomendada.

**Abril:** Reunión entre la asistencia técnica y los capacitadores con el objetivo de poner a punto las situaciones elaboradas y realizar los análisis pertinentes.

**Mayo:** Puesta a prueba y registro. Los capacitadores pondrán a prueba las situaciones en las escuelas a las que ellos tengan acceso y a través de maestros con los que tengan posibilidades de interactuar para transmitirles las ideas elaboradas en los análisis previos. Reunión entre capacitadores y asistencia técnica para analizar los registros y efectuar correcciones.

**Junio:** Segunda puesta a prueba de las situaciones.

**Julio y Agosto:** Elaboración del documento.

**Septiembre:** Difusión del documento a través de talleres con docentes.

**Octubre:** Diseño de proyectos por escuela

**Noviembre:** Puesta a prueba de los proyectos por escuela

**Diciembre:** Evaluación del plan.

## 2.4 Comentarios al plan

El plan de capacitación es ambicioso por la exigencia de producción, pero al mismo tiempo se plantea en pequeña escala, sin pretender abarcar de entrada una gran cantidad de escuelas y docentes.

Entre el equipo de la dirección de planeamiento y la asistencia técnica, se conviene en ir realizando los ajustes que vayan surgiendo a partir de la implementación del plan. Asimismo se acuerda en rectificar completamente el proyecto en caso de que la elaboración de secuencias de problemas para poner a prueba resulte pobre. En ese caso, se armarían talleres mucho más acotados, se postergaría la elaboración del documento para dar más tiempo al diseño de las secuencias de problemas, y se suprimiría la implementación de proyectos por escuela.

## BIBLIOGRAFIA

Chevallard, Y., Le Passage de l'arithmétique a l'algebre dans l'enseignement des mathematiques au college, deuxieme partie; Petit X no 19, pp 43 a 72, 1989.

Douady, R., Juego de marcos y dialéctica instrumento objeto en la enseñanza de la matemática, Universidad de Paris 7, 1984.



## ANEXO 1

- Contenidos conceptuales y procedimentales  
Primero, segundo y tercer años

1er año

## I. Relaciones y funciones.

### Contenidos conceptuales

. Relaciones entre conjuntos de datos: tablas, gráficos, fórmulas. Función consumo, función taxi.

Función de proporcionalidad directa. Porcentaje. Escala.

Raíces de una función: ecuaciones. Inecuaciones asociadas a una función.

Funciones de proporcionalidad inversa.

Funciones experimentales

### Contenidos procedimentales

Elaboración de diferentes formas de representación en la resolución de problemas: tablas, fórmulas, gráficos.

Producción e interpretación de gráficos cartesianos.

Elección de rangos relevantes de observación en la variable dependiente y en la variable independiente en función del contexto. Elección de escalas apropiadas.

Comparación de gráficos de diferentes fenómenos (o del mismo fenómeno con diferentes parámetros) y del mismo fenómeno con diferentes escalas.

Análisis crítico de gráficos..

Traducciones recíprocas entre diferentes lenguajes (verbal, gráfico, algebraico, por tablas, etc).

Interpretación de ecuaciones e inecuaciones en términos de condiciones sobre el fenómeno en estudio.

Anticipación de soluciones de ecuaciones e inecuaciones lineales a partir del análisis crítico de tablas y de gráficos.

## II. Probabilidad y estadística.

### Contenidos conceptuales

Recolección y organización de datos.

Gráficos de barras, circulares, histogramas.

Frecuencia relativa y absoluta.

Frecuencias acumuladas Representación gráfica.

#### Contenidos procedimentales

Organización de datos y utilización de gráficos de distintos tipos.  
Elección del gráfico más apropiado en función del fenómeno que se quiere estudiar.  
Lectura de gráficos extraídos de periódicos, revistas, etc.  
Interpretación de la información verbal de los medios extraída de los gráficos y análisis crítico.

#### III. Números reales.

##### Contenidos conceptuales.

El conjunto de los números racionales. Los números racionales no negativos: un recurso para medir.

Medidas: unidades convencionales y no convencionales. Cambio de unidades.

Expresiones decimales.

Las cuatro operaciones con números racionales no negativos. Propiedades algebraicas. Relación de orden.

Números racionales. Valor absoluto. Relación de orden. Densidad.

Ecuaciones e inecuaciones. (Ejemplos)

$a x + b = c$  ;  $a x + b \leq c$  ;  $a/x < c$  ;  $a, b, c$ , racionales.

##### Contenidos procedimentales.

Realización de las operaciones con fraccionarios no negativos. Representación de fraccionarios no negativos.

Utilización de traslaciones en la recta para la interpretación de adición y sustracción de números racionales.

Utilización de las propiedades algebraicas en problemas.

Resolución de ecuaciones y inecuaciones lineales en  $\mathbb{Q}$ . Comparación de las soluciones de ecuaciones y inecuaciones lineales en  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{Q}$ .

#### IV. Geometría.

##### Contenidos conceptuales

Simetrías. Rotaciones. Traslaciones. Vector asociado a una traslación.

Lugar geométrico: circunferencia mediatriz, bisectriz. Circunferencia que pasa por tres puntos. Coordenadas cartesianas.

##### Contenidos procedimentales.

Utilización de instrumentos de geometría. Utilización del lenguaje geométrico.

Traducción del lenguaje gráfico al lenguaje coloquial y recíprocamente.

Definición de figuras como lenguaje geométrico.

Utilización de las propiedades estudiadas en la resolución de problemas geométricos.

Reconocimiento de problemas con infinitas soluciones, sin solución y con solución única. Modificación de las condiciones de un problema para que pase de ser un problema con infinitas soluciones a un problema con solución única, o de un problema sin solución a un problema con solución única, etc.

Elaboración de argumentos para justificar procedimientos.

2do año

## I. Relaciones y funciones.

### Contenidos conceptuales.

Funciones de proporcionalidad directa. Densidad. Velocidad.

Aplicación sucesiva de escalas y porcentajes como composición de funciones de proporcionalidad directa.

Funciones del tipo  $f(x) = a x + b$ . Influencia de los parámetros.

Funciones de proporcionalidad inversa.

Funciones del tipo  $f(x) = \frac{k}{x+a}$  ;  $f(x) = a + \frac{k}{x}$

Funciones del tipo  $f(x) = a x^2$  ;  $f(x) = a x^2 + b$  ;  $f(x) = (x+p)^2$

Funciones del tipo  $f(x) = \sqrt{x+a}$

Ecuaciones asociadas a las funciones anteriores

Inecuaciones asociadas a las funciones anteriores.

### Contenidos procedimentales

Clasificación de diferentes fenómenos según el criterio de la función a la que responden.

Utilización del concepto de corrimiento para el análisis de gráficos.

Utilización del recurso algebraico para obtener información acerca de una curva.

Anticipación de soluciones de ecuaciones e inecuaciones a partir del análisis crítico de tablas y de gráficos.

## II. Probabilidad y estadística.

### Contenidos conceptuales.

Introducción al cálculo combinatorio .

Introducción al concepto de probabilidad. Probabilidad de frecuencia relativa. Aplicación a juegos de azar. Cálculo del valor de una apuesta para juegos equitativos.

### Contenidos procedimentales.

Realización de experiencias para la estimación de la probabilidad de un suceso.

Utilización de un concepto de probabilidad de Laplace en problemas sencillos.

Búsqueda de una estructura común a diferentes problemas de combinatoria.

Búsqueda de problemas que respondan a una misma estructura.

Producción de algoritmos de conteo; análisis de su economía y exhaustividad. Producción de diferentes formas de representación de problemas de combinatoria ( por ejemplo: diagrams de árbol)

### III. Números reales.

#### Contenidos conceptuales

El conjunto de los números racionales. Propiedades algebraicas y del orden. Densidad.

Medida: volumen. Área. Relación volumen-superficie. Relación perímetro-área.

Potenciación de números racionales. Cuadrado y cubo de una suma. Diferencia de cuadrados.

El teorema de Pitágoras: radicación de números racionales.

Notación científica. Cálculo aproximado. Ecuaciones e inecuaciones en  $\mathbb{Q}$ . Idea de número real.

#### Contenidos procedimentales.

Determinación de una cantidad arbitraria de números entre dos racionales

Utilización de la potenciación y la radicación a la resolución de problemas de área y volumen.

Resolución de ecuaciones del tipo  $a \cdot x^2 = b$

Aplicación de ecuaciones del tipo  $a \cdot x^2 = b$  para la resolución de problemas de área y volumen.

Estimación de resultados de operaciones.

Utilización de la notación científica para describir fenómenos con números muy grandes o muy pequeños.

Comparación de números a través de su expresión en notación científica.

Aproximación de números por redondeo y truncamiento.

Determinación del intervalo que contiene a un número aproximado por redondeo o truncamiento.

Análisis crítico del error utilizando el concepto de error relativo.

### IV. Geometría.

#### Contenidos conceptuales.

Polígonos: estudio de sus propiedades a partir de transformaciones geométricas. Ángulos interiores y exteriores.

Congruencia de figuras poligonales

Cubrimiento del plano con figuras poligonales.

Construcción de polígonos.

Áreas de figuras planas

## Contenidos procedimentales

Utilización de las propiedades de los polígonos a la resolución de problemas geométricos.

Elaboración de estrategias para la construcción de figuras. Análisis de las condiciones de posibilidad. Utilización de figuras de análisis como recurso para la resolución de problemas geométricos.

Elaboración de estrategias para el cálculo de áreas de figuras no regulares. Comparación entre procedimientos de aproximación y aplicación de fórmulas para el cálculo de áreas.

## TERCER AÑO

### 1) Relaciones y funciones

#### Contenidos conceptuales

Función cuadrática

Funciones del tipo  $f(x) = a x + b/c x + d$

Función exponencial

Función logarítmica

Función inversa

Funciones polinómicas. Ecuaciones asociadas a las funciones anteriores

#### Contenidos procedimentales

- Utilización del recurso de corrimiento para la obtención de la función  $f(x) = a x + b / c x + d$  a partir de la función  $f(x) = 1/x$
- Determinación de la influencia de los parámetros en las funciones estudiadas. Interpretación de las características de los parámetros a partir del gráfico. Conclusiones sobre la forma del gráfico a partir de la expresión algebraica.
- Obtención gráfica de la función logaritmo como inversa de la exponencial.
- Obtención gráfica de la función raíz cuadrada como inversa de la función  $f(x) = x^2$
- Utilización del concepto de corrimiento aplicado a las funciones logarítmica y exponencial.
- Descripción de fenómenos a través de las funciones estudiadas.
- Obtención de las raíces de una función cuadrática

### 2) Probabilidad y Estadística

#### Contenidos conceptuales

Aplicaciones de la combinatoria a problemas de probabilidad

Distribución binomial

#### Contenidos procedimentales

- Utilización de las ideas de combinatoria como modelos matemáticos apropiados a problemas de probabilidad
- Determinación de estructuras comunes a problemas de

diferente apariencia

- Distinción entre experimentos con reposición y experimentos



sin reposición.

- Distinción entre experimentos de tipo binomial y aquellos que no lo son
- Aplicación de la distribución binomial como modelo para la resolución de problemas

### 3) Números reales

#### Contenidos conceptuales

El teorema de Pitágoras y los números irracionales  
Números reales. Aproximación decimal de un número real.  
Segmentos incommensurables  
Ecuaciones de segundo grado  
Sistemas de ecuaciones lineales  
Sistemas de ecuaciones no lineales  
Sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales  
Problemas de programación lineal en dos variables

#### Contenidos procedimentales

- Utilización del teorema de Pitágoras para la obtención de números irracionales algebraicos.
- Ubicación de números reales en la recta
- Discriminación entre segmentos commensurables y segmentos incommensurables
- Realización de aproximaciones de números reales por números decimales. Estimación del error.
- Traducciones recíprocas entre diferentes lenguajes (algebraico, coloquial, etc) para describir situaciones que involucren sistemas de relaciones
- Discriminación entre sistemas lineales determinados, indeterminados e incompatibles
- Determinación de parámetros para que un sistema sea determinado, indeterminado o incompatible
- Obtención de sistemas que tengan una determinada solución
- Obtención de sistemas incompatibles e indeterminados
- Planteo y resolución gráfica de problemas de programación lineal

### 4) Geometría

#### Contenidos conceptuales

Teorema de Pitágoras  
Distancia entre dos puntos  
Ecuación de la circunferencia  
Ecuación de la recta que pasa por dos puntos  
Ecuación de la recta que pasa por dos puntos y tiene

pendiente  $m$

Rectas paralelas

Teorema de Thales

Homotecias

Semejanza. Aplicación a relaciones trigonométricas

#### Contenidos procedimentales

- Análisis de diferentes demostraciones del teorema de Pitágoras. Comparación entre las mismas según su economía, según los supuestos en los que se apoyan y según los

recursos utilizados.

- Utilización del teorema de Pitágoras para resolver problemas geométricos referidos a distancias.
- Elaboración de diferentes argumentaciones para obtener la ecuación de la recta que pasa por dos puntos y de la recta que pasa por un punto y tiene cierta pendiente: a partir del análisis geométrico de la situación, a partir de la aplicación del concepto de variación uniforme. Interacción entre los diversos procedimientos.
- Comparación de fenómenos que se representan por rectas paralelas.
- Utilización del teorema de Thales a la resolución de problemas de proporcionalidad geométrica.
- Obtención de figuras homotéticas
- Interpretación de una transformación a escala como una transformación homotética
- Clasificación de figuras según sean o no semejantes
- Interpretación de las razones trigonométricas como constantes de proporcionalidad para triángulos rectángulos semejantes.

## ANEXO 2

### PROBLEMAS DE PROBABILIDAD ELABORADOS PARA EL TALLER CON EL CONJUNTO DE LOS DOCENTES DE LA PROVINCIA

#### PROBLEMA 1

Discutan acerca de las siguientes situaciones

a) Los señores Buenafé tienen cinco niñas y ningún niño.

Señora Buenafe: Cuánto espero que nuestro próximo bebé no sea otra niña!

Señor Buenafé: Querida, después de cinco niñas, forzosamente tiene que ser un niño.

Tendrá razón el buen señor?

b) Hay muchos jugadores convencidos de que podrán ganar a la ruleta esperando a que se produzca una larga racha de rojos y apostando entonces al negro.

Servirá de algo este sistema?

c) Edgar Allan Poe argumentaba que si al lanzar un dado se sacan cinco doses seguidos, la probabilidad de sacar otro dos en la siguiente tirada es enor que un sexto.

Tendrá razón Poe?

(Las tres situaciones anteriores han sido extraídas del libro Paradojas, de Martin Gardner).

#### PROBLEMA 2

Una gata tuvo cuatro gatitos. Alguien opina que el hecho de que un gatito sea macho o hembra es cosa de cara o cruz; por lo tanto, lo más verosímil es que en cuatro gatitos haya dos machos y dos hembras.

Qué opinan de ese razonamiento?

Se podría simular la situación anterior? Cómo?

#### PROBLEMA 3

Se lanzan 4 dados al azar. Cuál es la probabilidad de sacar por lo menos un seis?

#### PROBLEMA 4

A propósito del juego de obtener por lo menos un seis al lanzar cuatro veces un dado, el jugador debe pagar cierta cantidad para intervenir en el juego. Si con 4 dados (o 4 jugadas del mismo dado) obtiene por lo menos un seis, recibe de la banca cierto premio A. Cuál debe ser el valor de la apuesta para que el juego sea equitativo, es decir, para que en un número grande de jugadas, ni el jugador ni la banca resulten beneficiados?

#### PROBLEMA 5

Tenemos una bolsa con 10 bolas: 2 blancas, 3 rojas y 5 verdes. Sacamos una bola al azar, la miramos y la devolvemos. Volvemos a hacer lo mismo otras dos veces. Cuál es la probabilidad de que la primera sea blanca, la segunda roja y la tercera verde?

Y la probabilidad de obtener blanca, verde y roja en cualquier orden?

Si sacamos 3 bolas, una tras otra, pero esta vez sin devolverlas a la bolsa, cuál es la probabilidad de que la primera sea blanca, la segunda roja y la tercera verde?

Y cuál es la probabilidad de obtener blanca, roja y verde en cualquier orden?

#### PROBLEMA 6

Una caja contiene 25 bolitas de las cuales 10 son blancas y 15 son negras. Se extraen al azar, todas juntas, 4 bolitas de la caja. Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 bolitas sean blancas? Y de que 1 bolita sea blanca?

#### PROBLEMA 7

Estimación del tamaño de una población.

Supongamos que se está interesado en determinar el número  $N$  de peces que viven en un lago. Es imposible sacar todos los peces para contarlos. Un método de estimación que se utiliza es el siguiente. Se saca una muestra de peces del lago, digamos 20, se los marca y se los devuelve vivos al lago. Luego de un cierto tiempo se saca otra muestra de peces del lago, digamos otros 20 (aunque podría ser otro número distinto al de la primera muestra) y se cuenta el número de peces marcados. Supongamos que se obtuvieron 5. Cómo podría estimarse a partir de esta experiencia la cantidad de peces del lago?

## ANEXO 3

### PROBLEMAS TRABAJADOS CON LOS FUTUROS MULTIPLICADORES DE ENSEÑANZA MEDIA

#### Función lineal

##### Problema 1

Una batería está produciendo una corriente de 1.05 amperes a las 12 del mediodía. La corriente producida está decreciendo a razón de 0.005 amperes por hora.

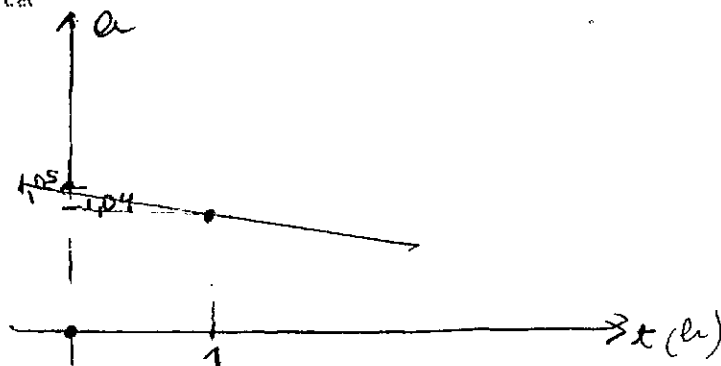
a) Cuánto estará produciendo a las 2 de la tarde? Y a las 5 de la tarde?

b) Cuánto estará produciendo  $t$  horas después del mediodía?

c) Representá en un sistema de coordenadas la relación entre el tiempo transcurrido después del mediodía (expresado en horas) y la intensidad de corriente producida (en amperes).

d) Si en lugar de producir 1.05 amperes a las 12 del mediodía, se sabe que la batería estaba produciendo a esa hora 2.7 amperes, qué modificaciones se producen en la fórmula que hallaste en b)? Cómo cambia la representación gráfica de la relación?

e) Supongamos ahora que la representación gráfica de la relación que muestra cuánto produce la batería  $t$  horas después del mediodía fuera ésta



Podés decir mirando la gráfica si la corriente que produce la batería está decreciendo a más o menos velocidad que en el caso que te dimos? Explicá tus razones.

##### Problema 2

El señor Juan Perez midió la cantidad de combustible del depósito de su calefacción central 10 días después de que fue llenado y encontró que era de 1420 litros. Después de otros 30 días la midió de nuevo y encontró que la cantidad de combustible era de 880 litros.

a) Es posible con estos datos encontrar la relación entre la cantidad de combustible en el depósito y la cantidad de días transcurridos desde que se llenó? Si pensás que sí, encontrála, si pensás que no, explicá por qué.

b) Ahora sabemos algo más del depósito del señor Juan Perez: la cantidad de combustible del depósito disminuyó uniformemente, a medida que transcurrían los días desde que llenó el depósito. Respondé nuevamente el punto a) agregando esta información. Explicá qué te aporta esta nueva información.

c) Cuál es la capacidad del depósito?

d) Cuál es la cantidad promedio de combustible utilizada cada día por el sistema de calefacción del señor Juan Perez?

e) Representá gráficamente la cantidad de combustible que hay en el depósito después de  $n$  días de haberlo llenado.

f) Qué cambiaría en la representación gráfica si el depósito tuviera otra capacidad?

g) El señor Perez ordena más combustible cuando la cantidad en el depósito se redujo a 700 litros. Cada cuánto encarga combustible para el depósito?

h) El señor Perez está considerando la posibilidad de adaptar un nuevo calentador de agua que usará, en promedio, solamente 15 litros de combustible por día. Qué es lo que cambia ante esta nueva posibilidad? Representalo gráficamente.

#### Función exponencial.

1. Una población de bacterias aumenta un 25% cada hora. En un determinado momento se colocan 120 bacterias en una cubeta. Cuántas bacterias habrá al cabo de 1 hora? Y de 2 horas? Y de 3 horas? Y de  $t$  horas?  
Representá gráficamente la población de bacterias a través del tiempo.

2. Las mismas cuestiones que en el ejercicio anterior pero teniendo en cuenta que la población inicial era de 60 bacterias.

3. Las mismas cuestiones que en los ejercicios anteriores para una población inicial de 30 bacterias.

4. Hacé los tres gráficos anteriores en un mismo sistema de ejes.

5. En una población de bacterias que aumenta un 25% cada hora hay en un determinado momento 586 bacterias. Cuántas bacterias había 3 horas antes?

6. Una población de bacterias aumenta, cada hora, un porcentaje respecto de su población presente. Consideremos la población inicial de 1000 bacterias. Si a las 3 horas hay 3375 bacterias, cuál es la tasa de crecimiento por hora?

7. Por depositar \$ 500 a plazo fijo por 30 días me pagaron el 2,5% de interés. Si cada mes renuevo el plazo fijo a la misma tasa, cuánto tendré dentro de 5 meses? Y dentro de 2 años? Y dentro de  $t$  meses?

Representá en un sistema cartesiano el capital en función del tiempo.

8. En las mismas condiciones que en el ejercicio anterior, se colocó un capital, renovable mensualmente al 2,5% mensual. Al cabo de 15 meses se obtienen \$ 2900. Cuál fue el capital inicial?

9. Se colocaron \$ 10 000 a plazo fijo, renovable mensualmente siempre a la misma tasa. Al cabo de 7 meses se obtuvieron \$ 19 488. A qué tasa se pactó cada plazo fijo?

10. Una sustancia radiactiva pierde el 25% de su masa cada hora. Si la masa actual es de 500 gramos, cuál será la masa dentro de 1 hora? Y dentro de 2 horas? Y dentro de 3 horas? Y dentro de  $t$  horas?

Graficá la masa remanente de la sustancia en función del tiempo.

11. Las mismas cuestiones que el ejercicio anterior si la masa actual es de 1000 gramos.

12. Las mismas cuestiones que en 10 y 11 si la sustancia tiene actualmente 200 gramos y pierde el 10% cada hora.

13. Hemos visto que un cierto fenómeno puede ser descrito según una función lineal cuando para los mismos incrementos de la variable independiente la variable dependiente aumenta siempre lo mismo. Podrías encontrar una única manera para describir todos los fenómenos anteriores?

#### ANEXO 4

PROBLEMAS TRABAJADOS CON LOS INTEGRANTES DEL EQUIPO DE CAPACITADORES DE ENSEÑANZA PRIMARIA, A PROPOSITO DEL CONCEPTO DE DIVISION.

Resolver los problemas utilizando otros algoritmos distintos del que se utiliza convencionalmente para la división. Analizar, para cada problemas, qué aspectos de la división se movilizan a través del problema. La lista es la siguiente:

1) Queremos distribuir 1850 juguetes entre 15 escuelas de manera que todas las escuelas reciban la misma cantidad de juguetes.

Cuántos le corresponden a cada escuela?

2) Tenemos 357 figuritas y queremos armar paquetes de 12 figuritas cada uno. Cuántos paquetes podremos armar?

3) Se disponen 28000 \$ para comprar equipos de computación que cuestan 550 \$ cada uno. Cuántos equipos se podrán comprar? Cuánto dinero habría que agregar para comprar 5 equipos más?

4) Un barco cuenta con botes salvavidas a los que pueden subirse, como máximo, 12 personas. En el barco viajan 200 personas. Cuántos botes salvavidas necesitarán?

5) Hoy es sábado. Qué día será dentro de 3000 días?

6) Un alambre de 524 cm es cortado desde uno de sus extremos en trozos de 26 cm y desde el otro de sus extremos en trozos de 32 cm. Las personas que realizan estos cortes proceden alternativamente, comenzando la persona que hace cortes de 26 cm. Cuál de las dos personas efectuará el último corte?

Cuántos centímetros habría que agregar al alambre para que sea la otra persona la que realice el último corte?

7) En un micro diferencial viajan, como máximo, 35 personas. Si estoy en el lugar 114 de la fila, cuántos micros tendré que esperar para poder viajar?

8) En un colegio proyectan realizar una excursión a la que irán 446 personas. Los organizadores tienen que elegir entre

- contratar micros de 55 lugares a U\$ 650 cada uno;
- o contratar micros de 65 lugares a U\$ 800 cada uno.

Cuál es la alternativa más económica?

A último momento se agregaron personas a la excursión y ahora resulta más económico contratar los otros micros. Cuántas personas se habrán agregado?

9) Se reparte cierta cantidad de botellas en cajones de 6 botellas cada uno y sobran cuatro botellas. Después se reparte el doble de las botellas anteriores en cajones de 12 cada uno. Cuántas botellas sobran ahora?