CONSEJO FEDERAL DE INVERSIONES

UN NUEVO METODO PARA EL CALCULO DE REDES EN FORMA DE MALLA PARA DISTRIBUCION DE AGUA

Autor: Ing. Armando Da Silva Afonso
Director del Laboratorio de Hidráulica del
Instituto Superior de Ingeniería de Coimbra, Portugal

Publicado: Revista DAE, Año XLL, N° 131, Dic. 1982

Editor: SABESP, San Pablo, Brasil.

Traducción: Ing. Carlos Alfredo Landó

RESUMEN

Se describe un nuevo método de iteración para el cálculo hidráulico de redes en forma de malla.

Se presenta un análisis teórico del método y se resuelven algunos ejemplos de aplicación práctica.

En la parte final se compara el presente método con el de Hardy Cross, tradicionalmente utilizado.

I. GENERALIDADES SOBRE EL CALCULO HIDRAULICO DE REDES EN FORMA DE MALLA

El cálculo hidráulico de una red en forma de malla consiste en la determinación de los caudales y de los niveles de energía en los diversos conductos que constituyen el sistema.

Este cálculo hidráulico debe satisfacer los siguientes principios:

a) la suma de caudales afluentes (que ingresan) a un nudo debe ser igual a la suma de los caudales efluentes (que salen) de ese nudo;

b) el escurrimiento en cada conducto deberá obedecer a la ley de pérdida de carga (energía) en ese conducto;

c) la suma algebraica de las pérdidas de carga en cada malla deberá ser nula.

Para la realización del cálculo existen diversos métodos, entre los cuales se destacan los siguientes:

1. Métodos de iteración:
   1.1 Método de tentativas no controladas.
   1.2 Método de Hardy Cross.
   1.3 Método de Newton.
   1.4 Método gráfico de Freeman.
2. Método de los modelos hidráulicos.
3. Método de la analogía eléctrica.
4. Método de los conductos equivalentes.
5. Métodos de seccionamiento:
   5.1 Método de Allen Hazen.
   5.2 Método de W.S. Pardoe.
   5.3 Método del círculo.

Además de estos métodos se debe considerar aún la utilización del cálculo automático.

Debido a su simplicidad y a la suficiente precisión que permite, el método más utilizado en general es el de Hardy Cross. El método expuesto en el presente trabajo es también por tentativas, presentando diversas semejanzas con el de Cross, con el cual será comparado en la parte final.

II. ANALISIS TEORICO DEL NUEVO METODO

Considérase una malla constituida por "Z" conductos. Sean $Q'e$, $Q''e$, ..., los caudales de entrada en la malla, y $Q's$, $Q''s$, ..., los caudales de salida, considerándose la inexistencia de caudales de entrada o de salida distribuidos a lo largo de los conductos. (fig. 1).

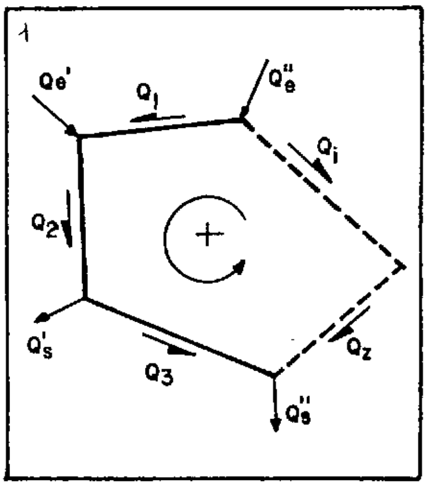


Fig. 1 - Malla compuesta por Z conductos.
Caudales arbitrarios.

Sean Q_1, Q_2, ..., Q_i, ..., Q_z los caudales arbitarios adoptados para los diversos conductos, satisfaciendo la ecuación de continuidad en cada nudo, que serán afectados de signo (+) o (-) de acuerdo con el sentido positivo elegido arbitrariamente.

Admitiendo una ley de pérdida de energía (pérdida de carga) del tipo

$$\Delta H = K.\ Q^n \ ,$$

será:

$$\Delta H_i = K_i.\ Q_i^{n_i}$$

Dado que los caudales arbitrarios Q_i adoptados no serán, muy probablemente, los correctos, la suma de las pérdidas de carga a lo largo de la malla no será igual a cero, o sea:

$$\sum \Delta H_i = A \neq 0$$

Considérense ahora para todos los conductos nuevos caudales dados por $(Q_i + \alpha)$, esto es, nuevos caudales obtenidos a través de suma de los caudales inicialmente adoptados con un valor constante α, que se supone sensiblemente inferior a los valores Q_i.

Resultará, entonces:

$$\Delta H_{i\alpha} = K_i\ (Q_i + \alpha)^{n_i}$$

Dado que, por hipótesis, el incremento α es de valor sensiblemente inferior a los valores Q_i, y desarrollando $(Q_i + \alpha)^{n_i}$ (binomio de Newton), se puede escribir:

$$(Q_i + \alpha)^n = \binom{n}{0} Q_i^n + \binom{n}{1} Q_i^{n-1}\alpha + \binom{n}{2} Q_i^{n-2}\alpha^2 +$$

$$\dots + \binom{n}{j} Q_i^{n-j}\alpha^j + \dots + \binom{n}{n}\alpha^n =$$

$$\cong Q_i^n + n\ Q_i^{n-1}\alpha$$

por lo que resultará:

$$\Delta H_{i\alpha} = K_i \ (Q_i + \alpha)^{n_i} \cong K_i \ (Q_i^{n_i} + n_i \ Q_i^{n_i-1}\alpha) =$$

$$\Delta H_{i\alpha} = K_i \ Q_i^{n_i} + K_i \ n_i \ Q_i^{n_i-1}\alpha =$$

$$= \Delta H_i + \alpha \ n_i \ \frac{\Delta H_i}{Q_i} =$$

Dado que, probablemente, estos caudales $(Q_i + \alpha)$ no serán tampoco los correctos, la suma algebraica de las sucesivas pérdidas de carga a lo largo de la malla tendrá un valor diferente de cero, esto es:

$$\sum \Delta H_{i\alpha} = \sum (\Delta H_i + \alpha \ n_i \ \frac{\Delta H_i}{Q_i}) = B \neq 0$$

Nótese que el signo de la sumatoria $\sum \Delta H_i = A$ indica en qué sentido se encuentran desviados de los valores correctos los caudales arbitrarios adoptados inicialmente.

Si se considera la corrección α del mismo signo que A, los caudales $(Q_i + \alpha)$ estarán aún más alejados de los valores correctos, resultando por lo tanto

$$|B| > |A|$$

siendo A y B del mismo signo.

Adoptando α de signo contrario al de A, los caudales $(Q_i + \alpha)$ estarán más próximos de los caudales exactos que los Q_i, pudiendo hasta invertirse el sentido del error, lo que implicaría que los caudales exactos tienen valores comprendidos entre Q_i y $(Q_i + \alpha)$.

Adoptando por lo tanto α de signo contrario a A podrá suceder que $|B| < |A|$, con A y B del mismo signo, o que A y B sean de signo contrario.

Se consideró entonces $B \neq 0$, pues se admitió que los nuevos caudales

$(Q_i + \alpha)$ no eran los correctos.

Sean $(Q_i + q)$ los caudales correctos, es decir, sea q la corrección que es necesario efectuar a los valores Q_i inicialmente adoptados para obtener los caudales correctos.

Suponiendo que q sea sensiblemente inferior a Q_i, resultará también:

$$\Delta H_{ic} = K_i\ (Q_i + q)^{n_i} = K_i\ Q_i^{n_i} + K_i\ n_i\ Q_i^{n_i - 1}\ q$$

$$= \Delta H_i + q\ n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i}$$

Como los caudales $(Q_i + q)$ son los correctos, la suma algebraica de las sucesivas pérdidas de carga a lo largo de la malla será, en este caso, igual a cero:

$$\sum \Delta H_{ic} = \sum \left(\Delta H_i + q.\ n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} \right) = 0$$

Volviendo a la sumatoria $\sum \Delta H_{i\alpha}$,

tenemos:

$$\sum \Delta H_{i\alpha} = \sum \left(\Delta H_i + \alpha\ n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} \right) = B$$

$$= \sum \Delta H_i + \alpha \sum n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} = B$$

$$= A + \alpha \sum n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} = B$$

de donde:

$$\alpha \sum n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} = B - A \quad (1)$$

Del mismo modo:

$$\sum \Delta H_{ic} = \sum (\Delta H_i + q\, n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} = 0$$

$$= \sum H_i + q \sum n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} = 0$$

$$= A + q \sum n_i \frac{\Delta H_i}{Q_i} = 0$$

de donde:

$$q \sum n_i \quad \frac{\Delta H_i}{Q_i} = -A \quad (2)$$

Dividiendo miembro a miembro (2) / (1):

$$\frac{q}{\alpha} = \frac{-A}{B - A}$$

de donde, finalmente:

$$\boxed{q = \frac{\alpha A}{A - B}}$$

En sistemas compuestos por más de una malla el método será aplicado a cada malla independientemente, siendo los conductos comunes sujetos a las correcciones obtenidas para cada una de las mallas a que pertenecen, teniendo en cuenta los sentidos arbitrados.

El presente método admite, tal como sucede con el de Hardy Cross, una variante consistente en fórmulas de corrección aplicables, no a los caudales sino a los niveles de energía.

Dadas las analogías teóricas entre las dos variantes, y el hecho de que, en general, no es práctico el cálculo por correcciones de los niveles de energía, se consideró innecesario en este trabajo el desarrollo del estudio de esa variante.

III. APLICACION PRACTICA DEL NUEVO METODO

La aplicación práctica del nuevo método resulta facilitada por una preparación previa de la malla, análoga a la que se efectúa generalmente, por ejemplo, para la aplicación del método de Cross.

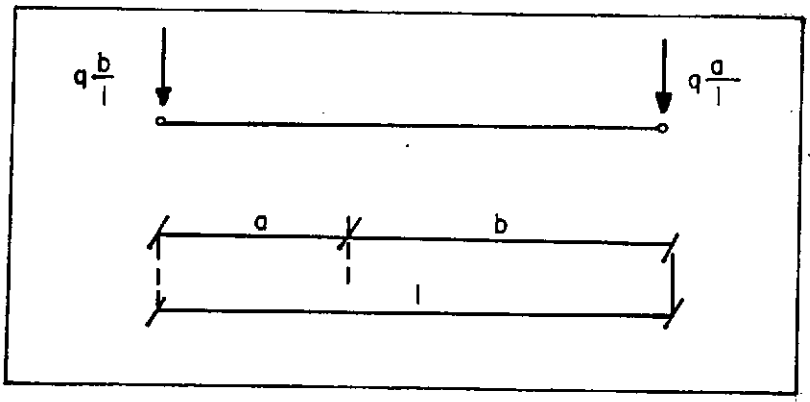
En realidad, y para simplificar el cálculo hidráulico, todas las entradas y salidas de caudales deberán corresponder a los nudos, debiendo por lo tanto los caudales de recorrido (gasto en ruta) y los caudales de pequeña magnitud localizados a lo largo de los conductos, ser distribuidos entre los nudos en proporciones tales que se constituya un sistema equivalente.

En lo que se refiere a los caudales de recorrido, uniformemente distribuidos, deberán ser repartidos entre los nudos adyacentes en la proporción de 45 % para el nudo de aguas arriba y 55 % para el nudo de aguas abajo (considerando como expresión del caudal equivalente $Q_{ieq} = Q_i + 0,55\ P$) o, cuando fuere aceptable un menor grado de precisión, repartidos en partes iguales entre los dos nudos.

En lo que se refiere a los caudales pequeños localizados a lo largo de los conductos, su distribución entre los nudos deberá ser efectuada en cada caso con el criterio del calculista, quien tendrá en cuenta el grado de precisión del cálculo, y la magnitud y posición del caudal localizado.

En general, es aceptable considerar una distribución de estos caudales entre los nudos extremos de los conductos en forma inversamente proporcional a las distancias a esos nudos.

N.T.: tal como se determinan las reacciones de vínculo de una carga concentrada en una viga simplemente apoyada.



En el caso de tratarse de un sistema complejo, compuesto por varias mallas, puede surgir el problema de determinar cuáles (serán) las mallas a corregir. El criterio habitualmente utilizado (en sistemas planos) es el de considerar las mallas correspondientes a las zonas elementales, es decir, a las zonas limitadas por conductos y no atravesadas por ninguno.

El "sentido positivo" arbitrado podrá variar de una malla a otra, siendo sin embargo aconsejable adoptar el mismo sentido para todas las mallas.

La ejecución del cálculo implica el conocimiento de las características de los conductos que influyen en la pérdida de carga.

El conocimiento de los diámetros de los diversos conductos es fundamental, pués en caso contrario el problema sería indeterminado, y, no siendo conocidos "a priori", será necesario adoptar sus valores arbitrariamente.

Existen diversos critèrios para esta preselección de los diámetros, siendo habitual el criterio de dimensionar los diámetros en función de los caudales, de modo de no exceder un máximo de velocidad, máximo éste calculado con vistas a evitar fenómenos de cavitación, choque hidráulico, etc.

Este valor límite es en general, para grandes diámetros, de 1 m/seg (valor indicado por la Norma Portuguesa NP-838), siendo más reducido para pequeños diámetros.

En el Cuadro I se presentan las velocidades máximas admisibles para diversos diámetros y los correspondientes caudales máximos. Este cuadro constituye una síntesis de valores propuestos por diversos autores.

CUADRO I

D (mm)	V_{max} (m/seg)	Q_{max} (l/seg)
50	0,5 - 0,6	1,0 - 1,2
60	0,5 - 0,7	1,4 - 2,0
70	0,6 - 0,7	2,4 - 2,7
80	0,7 - 0,75	3,5 - 3,7
100	0,75	5,8
125	0,8	9,5
150	0,8	14,0
175	0,9	22,0
200	0,9	28,0
225	1,0	40,0
250	1,0	49,0
300	1,0	71,0
mayores	1,0	(s/diámetro)

La determinación de las pérdidas de carga podrá ser hecha, para cada conducto, a través de la aplicación de fórmulas del tipo:

$$\Delta H = K \cdot Q^n,$$

determinando para cada conducto el valor de K y de n.

También se podrá determinar la pérdida unitaria de carga (i) a través de ábacos que constan en las publicaciones especializadas (correspondientes a fórmulas del tipo indicado), y determinando la pérdida de carga total mediante la expresión

$$\Delta H = i.L$$

Este último procedimiento, por su facilidad de aplicación, es adoptado frecuentemente.

La realización del cálculo por el presente método implica la consideración de una corrección arbitraria de magnitud α .

Este valor será fijado a criterio del calculista, dándose seguidamente algunas indicaciones para ayudar a su elección.

Por los principios teóricos del método es necesario considerar valores de α relativamente pequeños comparados con los valores Q_i.

Por otro lado, valores de α muy pequeños en relación a los Q_i, dificultan el cálculo para las aproximaciones usuales, y conducen a importantes errores de lectura cuando se utilizan ábacos.

De este modo, y dado que, como se demuestra en la Sección IV, el valor de α no tiene (dentro de ciertos límites) una influencia sensible en la aproximación proporcionada por el cálculo, se aconseja la adopción de valores de α que, si bien pequeños comparados con los Q_i, permitan diferenciar, dentro de la aproximación del cálculo, los valores Q_i de los $Q_i + \alpha$.

Cuando se utilizan ábacos, el valor α debe permitir lecturas claramente diferenciadas para los caudales Q_i y $Q_i + \alpha$.

De un modo general, un valor de α aproximadamente igual al 10 % del promedio de los caudales Q_i resulta aconsejable.

Cuando fuere posible tener una noción sobre el valor del error (q) en los caudales arbitrariamente adoptados, lo que generalmente sucede después de la segunda tentativa, resulta aconsejable adoptar valores de α cercanos a q, tal como se explica en la Sección IV.

IV. EJEMPLOS DE APLICACION

De acuerdo con lo expuesto, se puede resumir la marcha del cálculo del siguiente modo:

a) Después de la preparación de la malla, elegir arbitrariamente un sentido positivo para la circulación de los caudales;

b) arbitrar una distribución de caudales por los conductos, satisfaciendo la ecuación de continuidad en cada nudo. Estos caudales deberán ser afectados de signo, de acuerdo con el sentido positivo adoptado;

c) dimensionar los diámetros de los conductos (en caso que no sean conocidos "a priori"), en función de los caudales arbitrados;

d) determinar para cada conducto la pérdida de carga total ΔH_i, que deberá también ser afectada de signo de acuerdo con el sentido positivo adoptado;

e) calcular la sumatoria de las pérdidas de carga totales:

$$\sum \Delta H_i = A ;$$

f) elegir una corrección para los caudales (α), de signo contrario al de A y calcular los nuevos caudales $Q_i + \alpha$.

g) determinar las pérdidas de carga totales correspondientes a los nuevos caudales;

h) calcular la nueva sumatoria de las pérdidas de carga totales

$$\sum \Delta H_{i\alpha} = B ;$$

i) determinar la corrección a aplicar a los caudales inicialmente arbitrados, a través de la expresión:

$$q = \frac{\alpha A}{A - B}$$

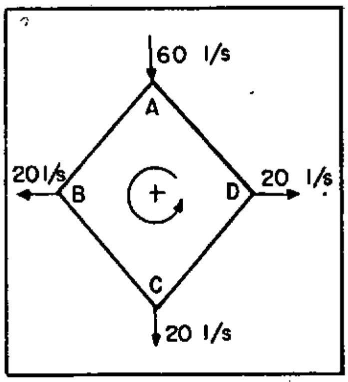
Si el sistema estuviere compuesto por más de una malla, como se dijo más arriba, los conductos comunes serán sujetos a las correcciones obtenidas para cada una de las mallas a que pertenecen, teniendo en cuenta los sentidos arbitrados.

Siendo los diámetros dimensionados para los caudales iniciales, después de la realización de la primera tentativa podrá suceder que los nuevos caudales obtenidos aconsejen la adopción de otros diámetros, de acuerdo con el cuadro I.

El criterio del calculista deberá decidir entonces sobre la modificación o no de los diámetros, teniendo en cuenta que esta modificación implica nuevas tentativas para equilibrar la malla, y además que los valores del cuadro I son valores aconsejados por diversos autores y no límites rigurosamente establecidos, por lo que son aceptables pequeñas variaciones dentro de los valores presentados.

Considérese, para los primeros ejemplos, una malla única, constituyendo un sistema simétrico. El hecho de tratarse de un sistema simétrico permite conocer "a priori" los caudales correctos, y así evaluar el grado de convergencia del método.

Sea la malla representada en la figura 2. Los caudales correctos serán naturalmente, Q_{AB} = 30 l/s, Q_{BC} = 10 l/s, Q_{CD} = -10 l/s, y Q_{DA} = -30 l/s.



$n = 1{,}79$

$K_{AB} = 0{,}005$

$K_{BC} = 0{,}038$

$K_{CD} = 0{,}038$

$K_{DA} = 0{,}005$

Fig. 2 - Malla simétrica

Los conductos son de fibrocemento y se consideran conocidos los valores de K y n (de la expresión $\Delta H = K\,Q^n$) para cada conducto.

Serán considerados 4 cálculos diferentes para esta malla, correspondientes a diferentes valores de los caudales Q_i arbitrados inicialmente y de las correcciones α , realizándose para todos los ejemplos una única tentativa.

Estos diferentes cálculos permiten evaluar la sensibilidad del método frente al error inicial y a la variación de α .

Las aproximaciones consideradas son exageradas para los cálculos prácticos corrientes, pero en el presente trabajo, dado su carácter, se consideró conveniente una mayor precisión.

Los resultados obtenidos para los ejemplos presentados permiten concluir lo siguiente:

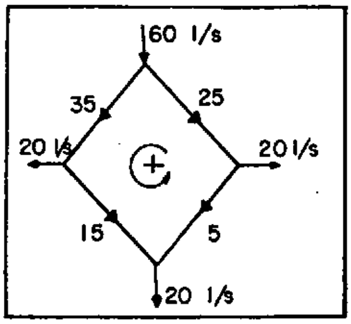
a) Para la resolución de una única malla el método provee resultados suficientemente precisos después de una única tentativa.
   Cuando se utilizan ábacos los errores obtenidos son en general mayores debido a deficiencias en la lectura de valores, inevitables en este proceso de cálculo.

b) Para las aproximaciones generalmente exigidas en la práctica, los desvíos iniciales no influencian de modo apreciable los resultados del cálculo.

c) El valor adoptado para α tampoco tiene influencia práctica en los resultados del cálculo (en los casos corrientes), debiendo sin embargo observarse lo expresado sobre la elección del valor de este término, con vista a una mayor precisión de cálculo. (Los ejemplos 1° y 2° muestran que los errores son tanto menores cuanto más próximo esté α del valor real del desvío de los caudales inicialmente arbitrados (q)).

1er. ejemplo:

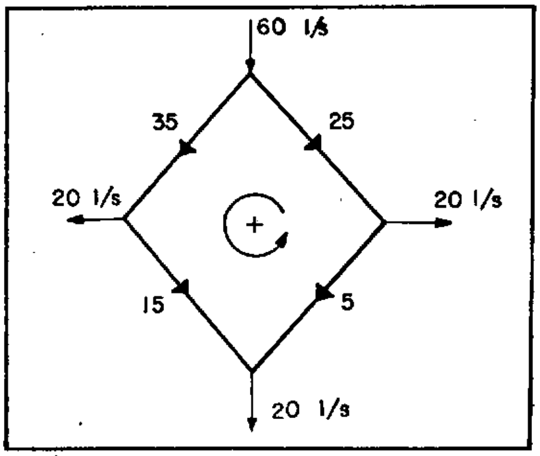
- Error en los valores arbitrados Q_i de 5 l/s.
- $\alpha = 4$



Malla		única		
Conducto	A B	B C	C D	D A
K	0,005	0,038	0,038	0,005
Q_o	35	15	-5	-25
Q_o^n	580,606	127,410	-17,830	-317,916
ΔH_o	2,903	4,842	-0,678	-1,580
$\sum \Delta H_o = A$		+ 5,477		
α		- 4		
$Q_o + \alpha$	31	11	-9	-29
$(Q_o + \alpha)^n$	467,237	73,130	-51,062	-414,660
$\Delta H_{o\alpha}$	2,336	2,779	-1,940	-2,073
$\sum \Delta H_{o\alpha} = B$		+ 1,102		
$q = \frac{\alpha A}{A - B}$		- 5,01		
$Q_c = Q_o + q$	29,99	9,99	-10,01	-30,01

2do. ejemplo:

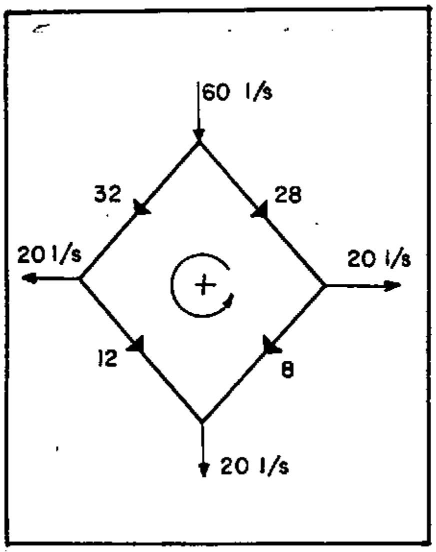
- Error en los valores arbitrados Q_i de 5 l/s.
- $\alpha = 1$



Malla		única		
Conducto	A B	B C	C D	D A
K	0,005	0,038	0,038	0,005
Q_o	35	15	-5	-25
Q_o^n	580,606	127,410	-17,830	-317,916
ΔH_o	2,903	4,842	-0,678	-1,590
$\sum \Delta H_o = A$		+ 5,477		
α		- 1		
$Q_o + \alpha$	34	14	-6	-26
$(Q_o + \alpha)^n$	551,248	112,608	-24,711	-341,038
$\Delta H_{o\alpha}$	2,756	4,279	-0,939	-1,705
$\sum \Delta H_{o\alpha} = B$		+ 4,391		
$q = \frac{\alpha A}{A - B}$		- 5,04		
$Q_c = Q_o + q$	29,96	9,96	-10,04	-30,04

3er. ejemplo:

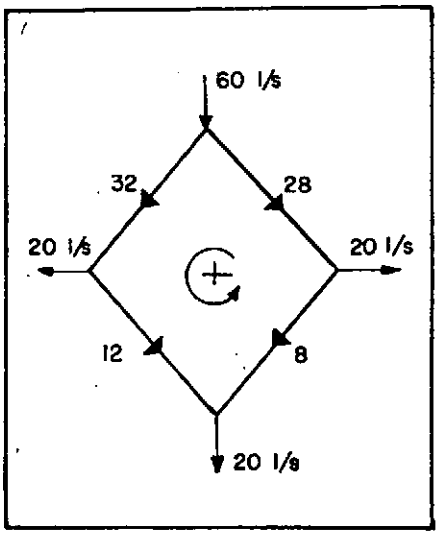
- Error en los valores arbitrados Q_i de 2 l/s.
- $\alpha = 4$



Malla	ú	n	i	c	a
Conducto	A B	B C	C D	D A
K	0,005	0,038	0,038	0,005
Q_o	32	12	-8	-28
Q_o^n	494,559	85,454	-41,355	-389,415
ΔH_o	2,473	3,247	-1,571	-1,947
$\sum \Delta H_o = A$		+ 2,202		
α		- 4		
$Q_o + \alpha$	28	8	-12	-32
$(Q_o + \alpha)^n$	389,415	41,355	-85,454	-494,559
$\Delta H_{o\alpha}$	1,947	1,571	-3,247	-2,473
$\sum \Delta H_{o\alpha} = B$		- 2,202		
$q = \frac{\alpha A}{A - B}$		- 2,00		
$Q_c = Q_o + q$	30	10	-10	-30

4to. ejemplo:

- Error en los valores arbitrados Q_i de 2 l/s.
- $\alpha = 1$

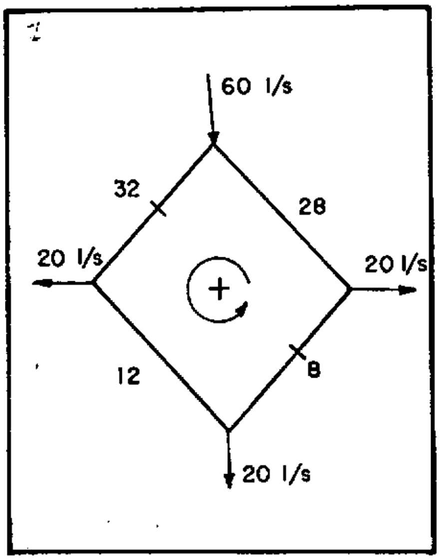


Malla	única			
Conducto	A B	B C	C D	D A
K	0,005	0,038	0,038	0,005
Q_o	32	12	-8	-28
Q_o^n	494,559	85,454	-41,355	-389,415
ΔH_o	2,453	3,247	-1,571	-1,947
$\sum \Delta H_o = A$	+ 2,202			
α	- 1			
$Q_o + \alpha$	31	11	-9	-29
$(Q_o + \alpha)^n$	467,237	73,130	-51,062	-414,660
$\Delta H_{o\alpha}$	2,336	2,779	-1,940	-2,073
$\sum \Delta H_{o\alpha} = B$	+ 1,102			
$q = \frac{\alpha A}{A - B}$	- 2,00			
$Q_c = Q_o + q$	30	10	-10	-30

4to. ejemplo (bis):

Se repite la resolución del 4to. ejemplo, pero por medio de la utilización de un ábaco de rectas paralelas.

En este caso se consideran conocidos los diámetros y longitudes de los diversos conductos de la malla.



Malla única				
Conducto	A B	B C	C D	D A
D (mm)	225	150	150	225
L (m)	1000	1000	1000	1000
Q_0	32	12	-8	-28
i_0	2,9	3,4	-1,7	-2,1
ΔH_0	2,9	3,4	-1,7	-2,1
$\sum \Delta H_0 = A$		+ 2,5		
α		- 1		
$Q_0 + \alpha$	31	11	-9	-29
$i_{0\alpha}$	2,7	2,8	-2,0	-2,3
$\Delta H_{0\alpha}$	2,7	2,8	-2,0	-2,3
$\sum \Delta H_{0\alpha} = B$		+ 1,2		
$q = \dfrac{\alpha A}{A - B}$		+ 1,9		
$Q_c = Q_0 + q$	30,1	10,1	-9,9	-29,9

5to. ejemplo:

Se presenta seguidamente un ejemplo más, en este caso sobre un sistema complejo, compuesto por dos mallas (figura 3).

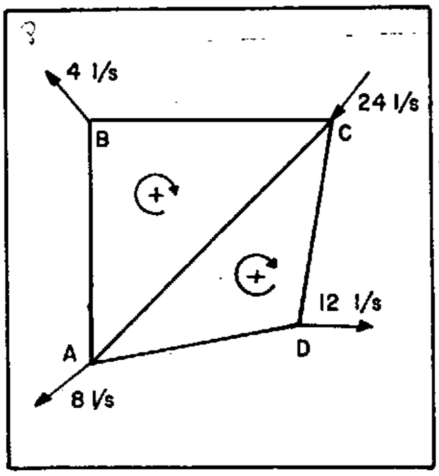


Fig. 3 - Sistema compuesto por 2 mallas

Aunque para cada malla sea suficiente una tentativa, es aconsejable en estos casos la realización de más tentativas, dado el desequilibrio introducido el efectuarse la corrección, por las dos mallas, de los conductos comunes.

El cálculo será efectuado por aplicación de un ábaco de rectas paralelas para conductos de fibrocemento, suponiendo conocidos los diámetros.

Serán realizadas dos tentativas, que, en este proceso de cálculo, son en general suficientes para la obtención de un grado de precisión satisfactorio, en comparación con las aproximaciones provistas por las lecturas del ábaco.

Nótese que en la 2da. tentativa se obtuvieron valores de A ($\sum \Delta H_0$) prácticamente nulos (0,6 y 0,1). Este hecho significa que las mallas quedaron prácticamente equilibradas después de la 1ra. tentativa, siendo por lo tanto muy pequeño el desvío (q) de los caudales obtenidos después de la primera tentativa en relación a los caudales correctos.

De este modo, y como interesa que el valor arbitrado para α sea próximo a q, por las razones antes expuestas, se consideran en esta segunda tentativa valores menores para el término α (0,5 en vez de 1,0 para las dos mallas).

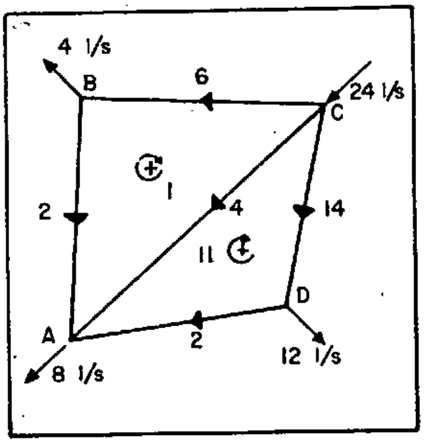


Fig. 4 - Caudales arbitrados (1ra. tentativa)

Mallas	I			II		
Conductos	A B	B C	C A	A C	C D	D A
D (mm)	80	125	100	100	150	80
L (m)	1.000	1.000	2.000	2.000	1.000	1.000
1ra. tentativa						
Q_o	-2	-6	+4	-4	+14	+2
i_o	-2,7	-2,3	+3,1	-3,1	+4,4	+2,7
ΔH_o	-2,7	-2,3	+6,2	-6,2	+4,4	+2,7
$\sum \Delta H_o = A$		+ 1,2			+ 0,9	
α		- 1			- 1	
$Q_o + \alpha$	-3	-7	+3	-5	+13	+1
$i_{o\alpha}$	-5,2	-3,0	+1,9	-4,6	+4,0	+0,8
$\Delta H_{o\alpha}$	-5,2	-3,0	+3,8	-9,2	+4,0	+0,8
$\sum \Delta H_{o\alpha} = B$		- 4,4			+ 4,4	
$q_1 = \frac{\alpha A}{A - B}$		- 0,2			- 0,2	
$Q_1 = Q_o + q_1$	-2,2	-6,2	+4,0(*)	-4,0(*)	+13,8	+1,8

(*) Corrección del tramo común A C :

$$4 \swarrow + 0,2 \nearrow + 0,2 \swarrow = 4 \swarrow$$

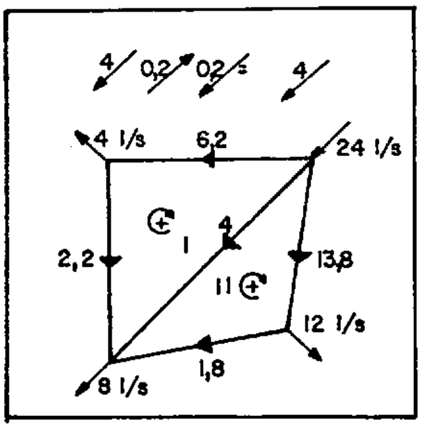


Fig. 5 - Caudales de cálculo después de la 1ra. tentativa.

Mallas	I			II		
Conductos	A B	B C	C A	A C	C D	D A
2da. tentativa						
Q_1	-2,2	-6,2	+4,0	-4,0	+13,8	+1,8
i_1	-3,2	-2,4	+3,1	-3,1	+4,2	+2,1
ΔH_1	-3,2	-2,4	+6,2	-6,2	+4,2	+2,1
$\sum \Delta H_1 = A$		+ 0,6			+ 0,1	
α		- 0,5			- 0,5	
$Q_1 + \alpha$	-2,7	-6,7	+3,5	-4,5	+13,3	+1,3
$i_{1\alpha}$	-4,4	-2,8	+2,5	-3,8	+4,1	+1,3
$\Delta H_{1\alpha}$	-4,4	-2,8	+5,0	-7,6	+4,1	+1,3
$\sum \Delta H_{1\alpha} = B$		- 2,2			- 2,2	
$q_2 = \dfrac{\alpha A}{A - B}$		- 0,1			$\cong$ 0	
$Q_c = Q_1 + q_2$	-2,3	-6,3	+3,9(*)	-3,9(*)	+13,8	+1,8

(*) Corrección del tramo común:

$$4 \swarrow + 0{,}1 \nearrow + 0 \swarrow = 3{,}9 \swarrow$$

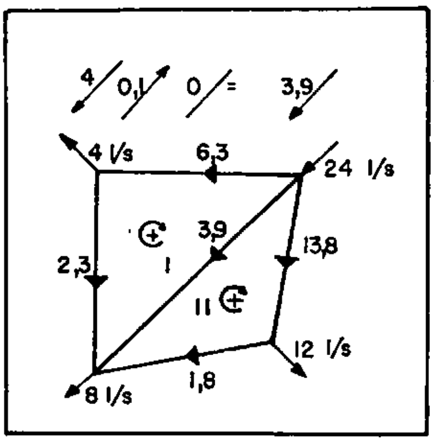


Fig. 6 - Caudales finales corregidos

V. COMPARACION CON EL METODO DE H. CROSS. CONCLUSIONES.

Se repite a continuación la resolución del 1er. ejemplo (o 2°) y del 3er. ejemplo (o 4°) por aplicación del método de Hardy Cross.

El 3er. ejemplo será resuelto mediante la utilización de un ábaco de rectas paralelas.

1er. ejemplo (Cross)

M a l l a		ú n i c a		
Conducto	A B	B C	C D	D A
K	0,005	0,038	0,038	0,005
Q	35	15	-5	-15
Q^n	580,606	127,410	-17,830	-317,916
ΔH	2,903	4,842	-0,678	-1,580
$\sum \Delta H = C$		+ 5,477		
$\Delta H/Q$	0,083	0,323	0,136	0,064
$\sum \Delta H/Q = D$		0,606		
1,79 x D = E		1,085		
q = -C/E		- 5,05		
$Q_c = Q + q$	29,95	9,95	-10,05	-30,05

3er. ejemplo (Cross)

Malla única				
Conducto	A B	B C	C D	D A
D	225	150	150	225
Q	32	12	-8	-28
i	2,9	3,4	-1,7	-2,1
ΔH	2,9	3,4	-1,7	-2,1
$\sum \Delta H = C$		+ 2,5		
$\Delta H/Q$	0,09	0,28	0,21	0,08
$\sum \Delta H/Q = D$		0,64		
1,79 x D = E		1,15		
q = -C/E		-2,2		
$Q_c = Q + q$	30,2	10,2	-9,8	-29,8

De los ejemplos presentados y del análisis teórico de los dos métodos, se pueden constatar las siguientes ventajas del nuevo método en relación al método de Cross:

a) El método ofrece, en los ejemplos presentados, una convergencia más rápida que el método de Cross, esto es, con el mismo número de tentativas el nuevo método provee resultados más precisos que el de Cross.

b) El nuevo método puede ser aplicado directamente a mallas constituidas por conductos de diferentes materiales (valor de n en la expresión $\Delta H = K.Q^n$ diferente), mientras que la aplicación del método de H. Cross a mallas de este tipo obliga, para una buena aproximación, a alterar y complicar el proceso de cálculo tradicional.

c) El hecho de que el nuevo método exige, para cada tentativa, la determinación de pérdidas de carga a lo largo de la malla en dos situaciones diferentes, permite obtener fácilmente una noción sobre la sensibilidad de la malla a las variaciones de los caudales en los conductos. Si las sumatorias $\sum \Delta H_i$ (A) y $\sum \Delta H_{i\alpha}$ (B) son de signo contrario, el método permite determinar, con una sola tentativa, los límites dentro de los cuales se encuentran los caudales correctos.

BIBLIOGRAFIA

- AFONSO, A. Silva - Análise Hidráulica de Redes Malhadas. Coimbra, 1976, Ed. do autor.

- AFONSO, A. Silva - Liçoes de Hidráulica Geral. Faculdade de Ciencias e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Coimbra, 1975.

- DUPONT, A. - Hydraulique Urbaine. Paris, Eyrolles, 1977.

- FAIR, GEYER Y OKUN - Water Supply and Wastewater removal. New York. John Wiley and Sons, Inc., 1966.

- NETTO, J. Azevedo - Manual de Hidráulica, São Paulo. Edgard Blücher, 1973.

- STEEL, E.W. - Water Supply and Sewerage. Tokio. Mc Graw-Hill Book Company, Inc., 1960.

CALCULO HIDRAULICO DE REDES EN MALLA		ESQUEMA DE LA RED
METODO DE **A. AFONSO**		
VARIANTE DEL AJUSTE DE LOS CAUDALES		
MALLA		
CONDUCTOS	MATERIAL	
	DESIG.	
	Ø (mm)	
	$L + L_{EQ}$ (m)	
1° TENTATIVA	Q_o (l/s)	
	i_o (m/km)	
	$\Delta H_o = i_o L$	
	$\Sigma \Delta H_o = A$	
	Signo de α	
	α	
	$Q_o + \alpha$	
	$i_{o\alpha}$	
	$\Delta H_{o\alpha}$	
	$\Sigma \Delta H_{o\alpha} = B$	
	$q_1 = \frac{\alpha A}{A-B}$	
TENTATIVA	$Q_1 = Q_o + q_1$	
	i_1	
	ΔH_1	
	$\Sigma \Delta H_1 = A$	
	SIGNO DE α	
	α	
	$Q_1 + \alpha$	
	$i_{1\alpha}$	
	$\Delta H_{1\alpha}$	
	$\Sigma \Delta H_{1\alpha} = B$	
	$q_2 = \frac{\alpha A}{A-B}$	
$=Q_1 + q_2$		
BS.		Si $A > 0$ considerar $\alpha < 0$

CALCULO HIDRAULICO DE REDES EN MALLA		ESQUEMA DE LA RED
METODO DE **A. AFONSO** — VARIANTE DEL AJUSTE DE LOS CAUDALES		
MALLA		
CONDUCTOS	MATERIAL	
	DESIG	
	K	
	N	
1° TENTATIVA	Q o	
	Qo^n	
	$\Delta HO = KQo^n$	
	$\Sigma \Delta Ho = A$	
	Signo de α	
	α	
	$Qo + \alpha$	
	$(Qo + \alpha)^n$	
	$\Delta Ho\alpha$	
	$\Sigma \Delta Ho\alpha = B$	
	$q_1 = \frac{\alpha A}{A-B}$	
2° TENTATIVA	$Q_1 = Qo + q_1$	
	Q_1^n	
	ΔH_1	
	$\Sigma \Delta H_1 = A$	
	Signo de α	
	α	
	$Q_1 + \alpha$	
	$(Q_1 + \alpha)^n$	
	$\Delta H_1 \alpha$	
	$\Sigma \Delta H_1 \alpha = B$	
	$q_2 = \frac{\alpha A}{A-B}$	
$Qc = Q_1 + q_2$		
O B S		Si $A > 0$ considerar $\alpha < 0$