

06250



92

TEORIAS ECONOMICAS ESPACIALES

(Continuación)

**Los Modelos Operacionales del
equilibrio interregional**

Roberto Domecq

Entrega: Enero-Febrero - 1967

CONSEJO FEDERAL DE INVERSIONES

0
F. 311
D 26
II

I N D I C E

	Pág.
INTRODUCCION	1
CAPITULO I - EL MODELO TIPO CHENERY	2
CAPITULO II - LOS MODELOS DESCRIPTIVOS	
Sección I - El Modelo de Stone	6
Sección II - El Modelo de P. Baughet	19
CAPITULO III - LOS MODELOS ANALITICOS	
Sección I - El Modelo de W. Isard	20
Sección II - El Modelo de W. Leontief	23
Sección III - El Modelo de Moses	27
Sección IV - El Modelo de Leontief y Strout	29

INTRODUCCION



Históricamente, las técnicas de input - output han sido utilizadas en un principio para el estudio de las relaciones interindustriales. La primer tentativa ha sido efectuada por el -- Prof. Leontief, quien establece un modelo para el conjunto de la economía norteamericana poco antes de la segunda guerra mundial. Ha sido necesario esperar hasta los años 1951-53 para que los -- primeros estudios regionales sean publicados por los especialistas de la Harvard Economic Research Project.

Se analizará primeramente un modelo tipo Chenery que permitirá deducir las características fundamentales de todo sistema interregional e intersectorial; luego se distinguirán dos categorías de modelos:

- los modelos descriptivos o contables:

- Stone
- Baughet

- los modelos analíticos:

- Isard
- Leontief
- Moses
- Leontief y Strout

CAPITULO I

EL MODELO TIPO CHENERY

Se trata de un esquema simple (Chenery y Clark *Interindustry Economics*, 1958, pág. 65 y siguientes) que permite la comprensión del mecanismo elemental de un modelo interregional.

El modelo es a dos regiones (con una extensión posible a n regiones) y con n sectores presentes en cada región.

Los sectores homólogos de las diferentes regiones son considerados como absolutamente distintos. Es una característica muy general. Así, la industria siderúrgica en la región 1 es tratada como si ella no tuviera ninguna relación con la industria siderúrgica en la región 2, si bien sus producciones sean similares.

Las exportaciones de una región son proporcionales a la demanda de importación de las otras regiones; los "coeficientes de oferta (supply coefficients) así fijados son la traducción de una suerte de propensión marginal a importar.

Finalmente, en el interior de cada región, el consumo de los particulares es tratado como una variable endógena, ya que se admite la interdependencia entre la localización de la producción, el ingreso gastado y el consumo.

La demanda autónoma comprende solamente los gastos de inversión y los gastos del gobierno.

Las relaciones contables para cada sector son descritas en el cuadro siguiente:

Contabilidad interregional del sector i

	REGION CONSUMIDORA		PRODUCCION REGIONAL
	α	β	
Región productora α β	$X_i^{\alpha\alpha}$ $X_i^{\beta\alpha}$	$X_i^{\alpha\beta}$ $X_i^{\beta\beta}$	X_i^{α} X_i^{β}
Oferta regional	Z_i^{α}	Z_i^{β}	

Se lee en las líneas la repartición de la producción de cada región por regiones de consumo, y en las columnas el origen de la oferta de productos en cada región.

Así se pueden establecer las siguientes igualdades:

- 1) Producción en la región α : $X_i^{\alpha} = X_i^{\alpha\alpha} + X_i^{\alpha\beta}$
- 2) Oferta de la región α : $Z_i^{\alpha} = X_i^{\alpha\alpha} + X_i^{\beta\alpha}$
- 3) Importaciones en la región α : $X_i^{\beta\alpha} = Z_i^{\alpha} - X_i^{\alpha\alpha}$
- 4) Exportaciones de la región α : $X_i^{\alpha\beta} = X_i^{\alpha} - X_i^{\alpha\alpha}$

y finalmente el balance de fuentes y usos para α

$$5) Z_i^{\alpha} = \sum_j a_{ij}^{\alpha} X_j^{\alpha} + Y_i^{\alpha} = X_i^{\alpha\alpha} + X_i^{\beta\alpha} \quad (i=1, \dots, n)$$

La demanda total en α es igual a la oferta total en α

Para el conjunto de las regiones, hay 6 n ecuaciones del tipo (5) y 6 n variables:

- 2 n demandas autónomas
- 2 n niveles de producción
- 2 n niveles de importaciones (o de exportaciones)

Estableciendo por otra parte que las importaciones (así

como los suministros de cada región a sí misma) representan una fracción fija de la oferta total de cada producto, se puede escribir:

$$6) \quad X_i^{\alpha\beta} = S_i^{\alpha\beta} Z_i^{\beta}$$

donde $S_i^{\alpha\beta}$ es el "coeficiente de oferta" de los productos i de la región α a la región β .

Se puede expresar la producción total de un producto i en una región como una función de la demanda total de todas las regiones

$$7) \quad X_i^{\alpha} = S_i^{\alpha\alpha} Z_i^{\alpha} + S_i^{\alpha\beta} Z_i^{\beta} \quad (i = 1, \dots, n)$$

y reemplazando Z_i^{α} por su valor en (5) se tiene:

$$8) \quad X_i^{\alpha} = \sum_j S_i^{\alpha\alpha} a_{ij}^{\alpha} X_j^{\alpha} + S_i^{\alpha\alpha} Y_i^{\alpha} + \sum_j S_i^{\alpha\beta} a_{ij}^{\beta} X_j^{\beta} + S_i^{\alpha\beta} Y_i^{\beta}$$

y agrupando los términos similares:

$$9) \quad X_i^{\alpha} = \left[\sum_j S_i^{\alpha\alpha} a_{ij}^{\alpha} X_j^{\alpha} + \sum_j S_i^{\alpha\beta} a_{ij}^{\beta} X_j^{\beta} \right] + \left[S_i^{\alpha\alpha} Y_i^{\alpha} + S_i^{\alpha\beta} Y_i^{\beta} \right]$$

Se obtiene así un nuevo sistema consolidado en el que las propiedades son las mismas que las del modelo común de Leontief, y que puede ser resuelto por los procedimientos habituales, para las demandas finales dadas en cada región.

En este modelo, los "coeficientes técnicos" no son otros que los coeficientes consolidados del tipo $S_i^{\alpha\alpha} a_{ij}^{\alpha}$.

Es necesario incluir aquí el consumo de las familias siguiendo el procedimiento clásico.

Este sistema de 2 n ecuaciones a 2 n incógnitas (los niveles de las producciones de X_j^{α} y X_j^{β}) permite seguir las repercusiones de la variación de las demandas finales en una u otra región, sobre tal o tal sector perteneciente a una u otra

región.

El esquema de Chenery permite comprender mejor la arquitectura general de un modelo de análisis interregional. Los demás modelos son reproducciones más o menos refinados de éste.

CAPITULO II

LOS MODELOS DESCRIPTIVOS

Sección 1 : El modelo de Stone

El modelo de Stone (J. R. Stone, "La comptabilité sociale sur le plan régional" - Conférence de Bellagio - 1960) descompone en dos blocks el conjunto de las transacciones en el interior de un país:

- las transacciones intraregionales
- las transacciones interregionales

Se supone que las n regiones forman un conjunto económico cerrado, es decir, sin relaciones económicas con el exterior.

Para cada región se establecen tres cuentas análogas a las cuentas nacionales:

- una cuenta de producción
- una cuenta de consumo (más exactamente una cuenta de afectación)
- una cuenta de acumulación (o de capital)

El block intra-regional relativo a la región j se presenta así:

	PRODUCCION	CONSUMO	ACUMULACION
PRODUCCION	O	C_{jj}	V_{jj}
CONSUMO	Y_{jj}	O	O
ACUMULACION	D_{jj}	S_{jj}	O

La primera línea representa el crédito de la cuenta de producción, la primer columna representa el débito de la cuenta de producción.

Se tiene en el crédito:

C_{jj}	el consumo
V_{jj}	la inversión

En el débito:

Y_{jj}	los ingresos vertidos a los factores de la producción interior
D_{jj}	la amortización

Lo mismo para la cuenta de consumo:

En el crédito y en línea, se tiene:

Y_{jj}	los ingresos disponibles para el consumo.
----------	---

En el débito y en columna, se tiene

C_{jj}	el consumo
S_{jj}	el ahorro

Finalmente en la cuenta de las operaciones de capital se encuentra:

en el crédito	$\left[\begin{array}{l} D_{jj} \\ S_{jj} \end{array} \right.$	la amortización el ahorro
en el débito	V_{jj}	la inversión

Pero como la región no está aislada y realiza intercambios con las otras regiones del conjunto estudiado, es necesario describir igualmente las transacciones interregionales.

De donde sale el siguiente cuadro:

REGION j \ REGION k	PRODUCCION	CONSUMO	CAPITAL
PRODUCCION	x_{jk}	0	0
CONSUMO	y_{jk}	G_{jk}	0
CAPITAL	0	0	B_{jk}

Este cuadro se refiere siempre a las tres cuentas citadas, pero las líneas se refieren a las cuentas de la región j , y las columnas a las cuentas de la región k . Así:

x_{jk} designa las exportaciones de j a k .

y_{jk} designa los ingresos de los factores pagados por k a j .

G_{jk} designa los aportes de capital recibidos por j de k .

B_{jk} designa los empréstitos suscriptos por j de k .

Combinando estos dos tipos de "blocks" para n regiones, se obtiene un cuadro de contabilidad interregional que comprende n blocks de transacciones intraregionales y $n(n-1)$ blocks de transacciones interregionales.

Este cuadro de conjunto puede ser presentado de 5 formas diferentes.

1- con las cuentas ordenadas por regiones y por tipo de cuentas.

- las transacciones intraregionales figuran en los blocks situados sobre la diagonal principal.

- las transacciones interregionales aparecen en los otros blocks.

2 - con las cuentas ordenadas por tipo de cuentas y por región:

- las n primeras líneas y columnas se refieren a las n cuentas de producción a razón de una por región.
 - las n líneas y columnas siguientes se refieren a las n cuentas de consumo a razón de una por región.
 - las últimas n líneas y columnas representan las n cuentas de capital.
 - cada una de las 3 n cuentas está equilibrada, cada línea equilibra la columna correspondiente
- 3 - con las cuentas ordenadas por región y por tipo de cuenta, sin transacciones dos a dos.

Es esta una nueva presentación del cuadro (1). En efecto, en el caso en que las regiones son países se conoce bien - las exportaciones X_{jk} y correlativamente el origen de - las importaciones. Pero no se dispone siempre de información detallada sobre los ingresos pagados por extranjeros (Y), las donaciones y aportes de capital (G) y los empréstitos contratados en el exterior (E). Estas lagunas son - todavía más graves cuando se trata de regiones, ya que existen muy pocas posibilidades de ser informado sobre los X_{jk} . De donde el nuevo cuadro se presenta así:

- sobre la diagonal figuran sin cambiar los n blocks de transacciones intra-regionales.
- los blocks del cuadro (1) que describen las transacciones interregionales figuran también pero no comportan - más que ceros.
- el cuadro (1), así modificado, es rodeado por tres nuevas líneas (abajo) y de tres nuevas columnas (a la derecha), una por cada cuenta cubriendo el conjunto de las regiones.

En la primera línea son sumadas las importaciones de cada región provenientes de todas las otras regiones.

En la primer columna suplementaria figuran las exportaciones de cada región dirigidas a las $(n - 1)$ otras regiones y los ingresos de factores pagados por las $(n - 1)$ regiones a cada región.

Se debe señalar que la cuenta de producción interregional -- (primera línea, primera columna) no está equilibrada. Ella asienta en el crédito todas las importaciones y en el débito todas las exportaciones (= importaciones) y todos los ingresos pagados por el conjunto de las regiones a cada una de entre ellas.

Para que exista equilibrio será necesario que se encuentre en el crédito una cantidad equivalente a la suma de los ingresos entregados $\sum_k \sum_{j \neq k} Y_{jk}$. La cuenta global de producción es análoga por su presentación a la cuenta exterior de la contabilidad francesa, ya que las importaciones figuran en el crédito y las exportaciones en el débito.

4 - con las cuentas ordenadas por tipo de cuenta y por región sin transacciones dos a dos.

El nuevo cuadro que se obtiene aparece como una amalgama de 9 grandes blocks que comprenden cada uno $(n + 1)$ líneas y $(n + 1)$ columnas. Las n primeras líneas y las n primeras columnas del cuadro se refieren a las cuentas de producción de las n regiones, la $(n + 1)$ línea y la $(n + 1)$ columna se refieren a la cuenta global de producción en la que entran todas las importaciones, todas las exportaciones y la suma de los ingresos de factores pagados por todas las otras regiones a cada una de ellas.

Se puede decir, en este caso, que las tres líneas y las tres columnas suplementarias se encuentran repartidas en el cuadro -- en lugar de figurar abajo y en su extremo.

5 - con las cuentas de las regiones presentadas según sus saldos netos, sin transacciones dos a dos.

Se alcanza así el grado último de simplificación para una operación de puesta en neto a todos los flujos interregionales.

Así, no se hará figurar en la cuenta global de producción (es decir, en la columna, $n - 1$) que las exportaciones netas

X_j = suma de las exportaciones hacia las otras regiones menos la suma de las importaciones provenientes de las otras regiones

$$Ex: X_{12} + X_{13} - X_{21} - X_{31} \equiv X_1$$

Se opera igual en lo que se refiere a los ingresos de factores; pero aquí la puesta en neto tiene por efecto desequilibrar las cuentas de producción de las n regiones (se quita, en el débito, los ingresos vertidos a las otras regiones) y las cuentas de consumo, en las que no subsiste, en el crédito, sino el excedente Y_j de los ingresos percibidos sobre los ingresos gastados.

Para restablecer el equilibrio, se agrega a los elementos Y_{jj} de la diagonal principal del "block" de las Y , la suma de los ingresos pagados a las otras regiones $\sum_k Y_{kj}$.

Stone designa por Y_{dj} el total así obtenido, sea para la región j :

$$Y_{jj} + \sum_{k \neq j} Y_{kj} = Y_{dj}$$

Y_{dj} es igual al ingreso interior de la región j , o también a su producto interior neto a costo de factores.

Ejemplo:

$$Y_{11} + Y_{21} + Y_{31} = Y_{d1}$$

Para cada región, las tres cuentas se presentan así:

CUENTA DE PRODUCCION

(Región j)

DEBITO		CREDITO
PIB	y_{dj} : Producto interior bruto a costo de factores D_{jj} : Amortización	x_j : Exportaciones netas C_{jj} : Consumo V_{jj} : Inversión bruta

CUENTA DE CONSUMO

DEBITO		CREDITO
C_{jj} : Consumo S_{jj} : Ahorro		y_{dj} : Ingresos pagados a los factores de pro ducción de la región G_j : Donaciones netas

CUENTA DE CAPITAL

DEBITO		CREDITO
V_{jj} : Inversión bruta		D_{jj} : Amortización S_{jj} : Ahorro B_j : Empréstitos netas

Los términos X_j , Y_j , G_j y B_j son positivos o negativos según que la región j sea acreedora neta o deudora neta de las otras regiones. Además su suma es nula. Se tiene, por ejemplo en el caso de X_j :

X_j = suma de las exportaciones de j , menos la suma de las importaciones de j

de donde $\sum_j X_j = 0$

ya que el total de las exportaciones de todas las regiones es igual al total de las importaciones de las n regiones.

Este modelo está todavía más cerca de la contabilidad nacional clásica, ya que él yuxtapone producción, consumo y acumulación.

Una aplicación numérica del modelo de Stone ha sido hecha. Ella se presenta bajo la forma de un conjunto de cuentas relativas a las 12 regiones de protección del Reino Unido en 1948. Este cuadro toma su estructura del 3° y 5° de los tipos precedentemente definidos.

Los modelos que siguen pondrán su acento sobre la interdependencia de los sectores.

Cuadro 1

Cuentas para tres regiones ordenadas por región y por tipo de cuentas

0	C_{11}	V_{11}	X_{12}	0	0	X_{13}	0	0
Y_{11}	0	0	Y_{12}	G_{12}	0	Y_{13}	G_{13}	0
D_{11}	S_{11}	0	0	0	B_{12}	0	0	B_{13}
X_{21}	0	0	0	G_{22}	V_{22}	X_{23}	0	0
Y_{21}	G_{21}	0	Y_{22}	0	0	Y_{23}	G_{23}	0
0	0	B_{21}	D_{22}	S_{22}	0	0	0	B_{23}
X_{31}	0	0	X_{32}	0	0	0	C_{33}	V_{33}
Y_{31}	G_{31}	0	Y_{32}	G_{32}	0	Y_{33}	0	0
0	0	B_{31}	0	0	B_{32}	D_{33}	S_{33}	0

Quadro 2

Cuentas para tres regiones ordenadas por tipo de cuentas
y por región

0	X_{12}	X_{13}	C_{11}	0	0	V_{11}	0	0
X_{21}	0	X_{23}	0	C_{22}	0	0	V_{22}	0
X_{31}	X_{32}	0	0	0	C_{33}	0	0	V_{33}
Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	0	G_{12}	G_{13}	0	0	0
Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	G_{21}	0	G_{23}	0	0	0
Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	G_{31}	G_{32}	0	0	0	0
D_{11}	0	0	S_{11}	0	0	0	B_{12}	B_{13}
0	D_{22}	0	0	S_{22}	0	B_{21}	0	B_{23}
0	0	D_{33}	0	0	S_{33}	B_{31}	B_{32}	0

Cuadro 3

Cuentas para tres regiones, ordenadas por región y por tipo de cuentas, sin transacciones dos a dos

<i>Intercombios Interregionales</i>			<i>Región 3</i>			<i>Región 2</i>			<i>Región 1</i>		
$X_{12}+X_{13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	C_{11}	V_{11}	0
$Y_{12}+Y_{13}$	$G_{12}+G_{13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y_{11}
0	0	$B_{12}+B_{13}$	0	0	0	0	0	0	S_{11}	0	D_{11}
$X_{21}+X_{23}$	0	0	0	0	0	0	C_{22}	V_{22}	0	0	0
$Y_{21}+Y_{23}$	$G_{21}+G_{23}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$B_{21}+B_{23}$	0	0	0	0	S_{22}	0	0	0	0
$X_{31}+X_{32}$	0	0	0	C_{33}	V_{33}	0	0	0	0	0	0
$Y_{31}+Y_{32}$	$G_{31}+G_{32}$	0	Y_{33}	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$B_{31}+B_{32}$	D_{33}	S_{33}	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$X_{13}+X_{23}$	0	0	$X_{12}+X_{32}$	0	0	0	0	0
$(*)$	$\sum_k \sum_j Y_{jk}$	0	$Y_{13}+Y_{23}$	$G_{13}+G_{23}$	0	$Y_{12}+Y_{32}$	$G_{12}+G_{32}$	0	$G_{21}+G_{31}$	0	0
0	0	0	0	0	$B_{13}+B_{23}$	0	0	$B_{12}+B_{32}$	0	$B_{21}+B_{31}$	0

(*) El signo menos no figura en el texto de Stone, si bien parece necesario.-

Sección II : El modelo de P. Bauchet (')

Este modelo se refiere a la región de la Lorraine. Las líneas del cuadro de Bauchet se refieren al conjunto de los sectores de todas las regiones de Francia, comprendida la Lorraine.

Las columnas describen los inputs de los sectores presentes en la región.

El total de cada columna, que representa el contravalor de la producción regional de un sector dado, puede ser comparada con el total de la línea correspondiente que expresa las necesidades de la región en productos del sector considerado, de manera de ver si la región es excedentaria o deficitaria en esta categoría de productos.

Las ventas de las regiones a la región estudiada forman un "pool" característico que se reencuentra en el modelo interregional de Leontief y Strut.

(') Les tableaux Economiques, Analyse de la région lorraine.
Ed.Genin - Libraire de Médecis 1955

CAPITULO III

LOS MODELOS ANALITICOS

Los modelos de W. Isard, Leontief, Moses y el de Leontief y Stout permiten seguir la evolución de una técnica de análisis que tiende a la vez a una mejor aprehensión de la realidad y a un afinamiento de sus aspectos formales.

Sección 1 : El Modelo de W. Isard

Este modelo exclusivamente teórico se refiere a los Estados Unidos.

Los E.E.U.U. son divididos en tres regiones, y la producción de cada una de ellas es repartida entre 20 industrias. Estas industrias se consideran como ramas separadas de forma tal que la economía norteamericana se encuentra dividida en 60 sectores distintos.

De lo que se deduce que los coeficientes de inputs de un mismo producto no son los mismos en todas las regiones.

Este cuadro permite estudiar el fenómeno de la producción a la vez bajo el aspecto industrial y bajo el aspecto geográfico. En efecto, los sectores autónomos, el consumo y la formación de capital, se encuentran consolidados para el conjunto de las regiones de forma que uno se encuentra en condiciones de saber cuál debe ser la contribución de cada industria en cada región.

Surge así una matriz de input-output de 60 sectores referida al conjunto de las regiones estudiadas.

No ha habido aplicaciones prácticas pues hubieran sido

necesarios datos estadísticos muy detallados.

En lugar de un conjunto de coeficientes de inputs en cada región, se prefiere mantener, por hipótesis, un solo coeficiente en cada región para el conjunto de las utilizaciones de un mismo producto, y hacer, por ejemplo, del consumo de acero en una región una función de la demanda total de acero en ella. El número de categorías de bienes está multiplicado por el número de regiones, en la medida que cada región se vincule en cada actividad.

Siendo dadas n regiones y m bienes y servicios la asignación del output:

${}_k X_i$ de toda industria i en cada región k a cada industria de cada región, se escribe:

$$(1) \quad {}_k X_i = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m {}_{kl} a_{ij} {}_l X_j = {}_k Y_i \quad \begin{matrix} i=1, \dots, m \\ k=1, \dots, n \end{matrix}$$

El output de i en k absorbido por j en l es igual a la demanda final por i en k .

De donde los coeficientes técnicos

$${}_{kl} a_{ij} = \frac{{}_{kl} X_{ij}}{{}_l X_j} \quad \begin{matrix} i, j = 1, \dots, m \\ k, l = 1, \dots, n \end{matrix}$$

donde ${}_l X_j$ es el output total de k en l .

La expresión (1) se transforma entonces en:

$${}_k X_i = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m {}_{kl} a_{ij} {}_l X_j = {}_k Y_i \quad \begin{matrix} i=1, \dots, m \\ k=1, \dots, n \end{matrix}$$

Se pueden analizar las implicaciones de los cambios de la demanda por el output de cada industria en cada región a condición de que los coeficientes técnicos sean estables.

El modelo de W. Isard es inaplicable en la práctica, pero ha servido de cuadro de referencia a las investigaciones ulteriores.

-
- (I) Walter Isard, Interregional and regional input-output analysis: a model of a space-economy. Rev.Econ. Statist., nov. - 1951, vol. 33, pp 318-328 .

Sección II: El Modelo de W. Leontief (1)

El modelo de Leontief es una variable del de Isard. El reposa sobre tres hipótesis simplificadoras:

- los productos son clasificados en productos locales y en productos nacionales. Los productos locales no dan lugar a intercambios entre regiones y se equilibran a nivel local (o regional).
- los productos nacionales, que son el objeto de intercambios interregionales son producidos en cada región en proporciones fijas.
- los costos (inputs) de una industria dada tienen la misma estructura en todas las regiones.

Para el conjunto de la economía, la matriz se presenta de tal manera que las primeras líneas y columnas son consagradas a la descripción de los cambios entre los productos locales.

Ella se compone prácticamente de 4 sub-matrices:

1 - dos sub-matrices sobre la diagonal principal

a) una sub-matriz de intercambio de los productos locales, que tiene tantas líneas y columnas como sectores locales representados en la economía. En virtud de la tercera hipótesis simplificadora, la estructura de los cambios interindustriales es la misma, tanto al interior de cada región como en el plano nacional. Ella es válida en los dos casos.

b) una sub-matriz de cambios entre sectores nacionales.

Estas dos sub-matrices son matrices cuadradas.

(1) Interregional Theory, en "Studies in the structure of American Economy", New York, Oxford University Press, 1953, capítulo IV págs. 93 - 115.

2 - dos sub-matrices sobre la diagonal secundaria

- a) en el cuarto nord-este, una sub-matriz que representa los cambios entre los sectores locales y los sectores nacionales.
- b) en el cuarto sud-oeste, una submatriz que representa los cambios entre los sectores nacionales y los sectores locales.

Estas dos sub-matrices no son necesariamente dos matrices cuadradas salvo el caso de que el número de los productos locales sea igual al de los productos nacionales.

La producción de los bienes nacionales en cada región - es una función lineal de la producción nacional total de esos mismos productos.

En cuanto a la producción intraregional de los productos locales, ella depende:

- de una parte de la demanda final de esos productos en la región.
- por otra parte, por la demanda expresada en la región por los sectores nacionales. Esta última está calculada a partir de la matriz sub-diagonal de los cambios entre sectores locales y sectores nacionales, y ella es considerada enseguida como una demanda autónoma que se dirige a los sectores locales.

Multiplicando estas dos demandas autónomas por la inversa de la matriz de Leontief derivada de la primer sub-matriz de la diagonal principal, se determina el nivel de la producción requerida de cada sector local en cada región.

El nivel de producción relativo a los sectores locales es pues variable según las regiones. Al contrario, el nivel de

la producción regional de los sectores nacionales representa una proporción fija de la producción total de los productos nacionales.

Se trata pues de un "modelo de conexión central" en el que las regiones no se relacionan entre ellas, sino que indirectamente por intermedio del conjunto de la economía.

Este modelo presenta un inconveniente: él uniformiza - las interrelaciones que en la realidad son mucho más variadas.

Coefficientes de producción del modelo Leontief

$$\begin{aligned}
 a_{LL} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1h} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2h} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h1} & a_{h2} & \dots & a_{hh} \end{bmatrix} & a_{LN} &= \begin{bmatrix} a_{1,h+1} & a_{1,h+2} & \dots & a_{1m} \\ a_{2,h+1} & a_{2,h+2} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h,h+1} & a_{h,h+2} & \dots & a_{hm} \end{bmatrix} \\
 a_{NL} &= \begin{bmatrix} a_{h+1,1} & a_{h+1,2} & \dots & a_{h+1,h} \\ a_{h+2,1} & a_{h+2,2} & \dots & a_{h+2,h} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mh} \end{bmatrix} & a_{NN} &= \begin{bmatrix} a_{h+1,h+1} & a_{h+1,h+2} & \dots & a_{h+1,m} \\ a_{h+2,h+1} & a_{h+2,h+2} & \dots & a_{h+2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,h+1} & a_{m,h+2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \\
 a &= \begin{bmatrix} a_{LL} & a_{LN} \\ a_{NL} & a_{NN} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Se tienen m bienes:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ h \\ h+1 \\ h+2 \\ \vdots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Equilibrados por región} \\ \\ \\ \text{Equilibrados en la nación} \end{array}$$

Sección III - El modelo de Moses (1)

El modelo de Moses es complementario del de Leontief. El analiza una economía a n industrias y a m regiones.

Cada región tiene una matriz de coeficientes técnicos que le es propia y que es una matriz cuadrada a n líneas y n columnas.

Cada producto tiene una estructura de intercambios (en el interior de una misma región o entre las regiones tomadas de dos en dos) que está representada por una matriz cuadrada a m líneas y m columnas, en la que cada coeficiente indica la proporción de las compras de un producto dado que cada región efectúa sobre otra región.

Se reencuentran aquí los coeficientes de cambio, habituales en los modelos interregionales, y que traducen una suerte de propensión a importar en relación a la demanda regional global de cada producto.

El modelo de Moses se basa sobre dos matrices de conjunto:

- una matriz diagonal (1) en la que las sub-matrices son las matrices de los coeficientes técnicos de cada región.
- una segunda matriz diagonal en la que las submatrices son las matrices de los coeficientes de cambio de los productos.

De la segunda matriz de conjunto, se puede obtener por transformación ortogonal una nueva matriz (3) que describe los cambios, primero por regiones y después por productos. Esta nueva matriz -- tiene m^2 submatrices diagonales a n líneas y a n columnas. Multiplicando la primer matriz de conjunto (1) por la matriz (3), se obtiene una cuarta matriz (4) que analiza más finamente los intercam

(1) L.N. Moses: The stability of interregional trading patterns and input-output Analysis. Amer. Econ.Rev. - Dic.1955 - Vol. XLV, N° 5, Págs 803-832.

bios intraregionales e interregionales que la (3), se trata de una matriz de coeficientes técnicos para el conjunto de la economía.

Multiplicando el vector de conjunto de los vectores regionales de demanda final por la matriz (3), se obtiene un nuevo vector de conjunto que redispone los elementos del primero por tipo de intercambios. El producto de este nuevo vector por la matriz de Leontief obtenida en (4) da los diferentes niveles de producción, teniendo en cuenta los intercambios que han tenido lugar entre las regiones tomadas de dos en dos.

Este modelo, aplicado a los E.E.U.U. dividido en tres regiones, marca un progreso, ya que hace aparecer los coeficientes de intercambio entre regiones.

El próximo modelo analiza en forma más precisa los intercambios interregionales.

Sección IV : El Modelo de Leontief y Strout (1)

Este modelo reúne:

- un análisis de los flujos intraregionales.
- un análisis de los flujos interregionales, en el que las regiones son consideradas como "blocks" (pools) ϕ en donde se ignoran los intercambios entre los sectores que no pertenezcan a la misma región.
- un análisis de la estructura de estos flujos interregionales.

Reposa sobre tres tipos de ecuaciones fundamentales:

- 1) Ecuaciones de equilibrio intraregional. Ellas son de la forma siguientes

$$(1) \quad X_{i.og} = \sum_{j=1}^n a_{ij.g} X_{j.go} + Y_{i.g}$$

donde $X_{i.og}$ es el input total interno de productos i en la región g , es decir, la producción más las importaciones menos las exportaciones.

$a_{ij.g}$ el coeficiente técnico para la región g

$X_{j.go}$ el output de bien j en la región g

$Y_{i.g}$ la demanda final del bien i en la región g

Se supone que hay en la economía considerada n categorías de bienes y m regiones, se tiene $m.n$ demandas finales conocidas en un sistema de $m.n$ ecuaciones a $2.m.n$ incógnitas (las

$X_{i.og}$ y $X_{j.go}$)

-
- (1) Leontief W. y Strout A.: Multiregional input-output Analysis - Comunicación presentada a la conferencia de Ginebra, set.1961 (no publicada)

2) Ecuaciones de equilibrio interregional:

Estas ecuaciones son de dos tipos:

a) de una parte ecuaciones de oferta:

$$(2) \quad X_{i.g0} = \sum_{h=1}^m X_{i.gh}$$

donde:

$X_{i.g0}$ es la oferta global (supply pool) de bienes i en la región g .

$X_{i.gh}$ son las entregas de bien i por la "oferta global" de la región g a la demanda global de la región h .

b) de otra parte las ecuaciones de demanda:

$$(3) \quad X_{i.oh} = \sum_{j=1}^m X_{i.gjh}$$

donde: $X_{i.oh}$ es la demanda global (demand pool) de bienes i en la región h .

Para cada producción, se tiene un conjunto de $2m$ ecuaciones: m ecuaciones del tipo (2) y m ecuaciones del tipo (3)

3) Ecuaciones de estructura de los flujos interregionales

Ellas constituyen los elementos nuevos con relación a los modelos precedentes.

Estas ecuaciones representan un ensayo de análisis del grado de dependencia entre las regiones. Su forma general es la siguiente:

$$(4) \quad X_{i.gh} = \frac{X_{i.g0} X_{i.oh}}{X_{i.00}} Q_{i.gh}$$

Así, el flujo de un bien i de una región g hacia la región h es considerado como directamente proporcional a la oferta global en la región g y a la demanda global de ese bien en la región h y - como inversamente proporcional a la oferta global de ese bien ($X_{i,00}$) en el conjunto de la economía.

Las Q_{igh} son constantes empíricas cuyo contenido será a - clarado más adelante.

La forma multiplicativa del numerador de la relación (4) - hace que las m ($m-1$) ecuaciones (4) constituyan, para cada bien i , un "modelo de gravedad" o un "modelo de potencial" (Isard) de forma tal que si la oferta global de i en la región g o la demanda global de i en la región h son nulas, no hay intercambio del bien i entre las dos regiones.

Estos intercambios no son, por otra parte, posibles sino en la medida que los bienes i no sean idénticos de una región a otra, es decir, deben presentar un cierto grado de diferenciación.

En su forma definitiva el modelo sólo se expresa por las ecuaciones (1), (2) y (3), $X_{i,gh}$ es reemplazado en (2) y (3) por su valor en (4).

Efectuando esta substitución, Leontief y Strout obtienen - dos nuevos tipos de ecuaciones de equilibrio interregional que a di - ferencia de (2) y (3) tienen en cuenta la estructura de los flujos interregionales.

Estas ecuaciones integran la parte de cada bien que es pro - ducido y consumido en cada región ($X_{i,gg}$ y $X_{i,hh}$

Tales como ellas se presentan ahora las ecuaciones (2) y (3) no son lineales. La etapa siguiente del cálculo consiste en trans - formarlas en lineales.

Al término de todos esos cálculos, el modelo se presenta - bajo la forma definitiva de un sistema de $3 m n$ ecuaciones a $3 m n$

incógnitas.

Las 3 m n ecuaciones son:

- las m,n ecuaciones del tipo (1) que constituyen la parte intraregional del sistema.
- las 2 m n ecuaciones del tipo (2) y (3) modificadas que forman la parte interregional.

Paralelamente, las 3 m,n incógnitas son:

- los m,n outputs $X_{i.gk}$
- los m,n inputs totales $X_{i.ok}$
- los m,n $X_{i.gg}$ que representan la parte de la producción de cada producto que son consumidos en la región misma que lo produce.

Es este un sistema lineal completo que permite determinar la medida en que los outputs totales dependen de los vectores de demanda final.

Falta fijar el valor de las constantes $Q_{i.gk}$

Para cada producto se tiene un cuadro de m^2 constantes que forma una matriz cuadrada a m líneas y m columnas. Estas constantes caracterizan la estructura de los flujos entre las regiones tomadas de dos en dos.

Cada constante se define con la ayuda de cuatro parámetros subsidiarios:

$$Q_{gh} = (C_g + K_h) d_{gh} \varepsilon_{gh}$$

donde:

C_g es un parámetro que caracteriza la posición de como oferente en relación a las otras regiones.

K_h es un parámetro que caracteriza la posición de la región h como comprador en relación a las otras regiones.

d_{gh} es la medida del costo de transporte por unidad entre g

y^h . Falto de una mejor información se lo estima como inverso de la distancia entre esas dos regiones.

δ_{gh} una última constante que no puede tomar otros valores que 0 ó 1. Es 0 cuando se considera el flujo de una región a ella misma y 1 en caso contrario.

La constante Q_{gh} se refiere solamente a los flujos interregionales, Q_{gg} es nula por definición, ya que $\delta_{gg} = 0$. Inversamente para toda $g \neq h$ se tiene que $\delta_{gh} = 1$.

Los valores de los dos últimos parámetros son fijados el uno por convención (δ_{gh}) y el otro experimentalmente (d_{gh}).

Los valores de los dos primeros sólo pueden ser calculados indirectamente. Se reemplaza $Q_{i,gh}$ en las ecuaciones (2) y (3) expresado en función de los cuatro parámetros anteriormente señalados. Se obtiene así un nuevo sistema de 2 m ecuaciones con 2 m incógnitas (los parámetros G y K). En este sistema las incógnitas precedentes ($X_{i,go}$, $X_{i,gh}$ y $X_{i,gg}$) son tomadas como constantes de una observación correspondiente a un año anterior.

Este modelo ha sido aplicado en los Estados Unidos para testar la validez de las ecuaciones del tipo (4). Los autores han procedido por productos, los primeros resultados han sido obtenidos para los productos siderúrgicos.

El problema es determinar el valor de los parámetros estructurales G y K de forma de fijar $X_{i,gh}$ y poder compararlo con los valores efectivamente observados.

Los resultados obtenidos son alentadores.