

30 JUL 1968

CATALOGADO

232

06747

CONSEJO FEDERAL DE INVERSIONES



EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

*Curso dictado por el profesor Ing. Ernesto R. Fontaine en
el Consejo Federal de Inversiones de la República Argentina*

Edición del C. F. I.

Buenos Aires
1966

El profesor Ernesto R. Fontaine posee los títulos de Ingeniero Comercial de la Universidad Católica de Chile; de Master of Arts, Mención en Economía, y de Doctor of Philosophy, Mención en Economía, de la Universidad de Chicago. Fue profesor de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Católica de Chile en 1959/61; en 1962/66 fue asignado al programa Cuyo por la Universidad de Chicago; en 1965/66 profesor en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Cuyo. Dicta actualmente en el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento (Economic Development Institute), cursos sobre "Evaluación de Proyectos, 1967".

La presente edición fue revisada por el autor.

Interventor del Consejo Federal de Inversiones

Contador ALIETO ALDO GUADAGNI

Director Técnico

Arq. Juan Antonio BALLESTER PEÑA

Director del Curso

Ing. Antonio T. FERNANDEZ

CURSO SOBRE EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

Prof. Ing. Ernesto R. Fontaine

Versión de la Primera Clase

En esta clase se tratará de mostrar con una serie de ejemplos lo que se ha dado en llamar "COSTO ECONOMICO". Con estos simples problemas se busca aclarar la diferencia entre lo que es un "COSTO" para un contador o persona que lleva una contabilidad de costos, y un "costo económico". Este último lleva implícito en todos los casos un concepto alternativo, que difiere generalmente del costo contable o histórico.

A - NO HAY DEPRECIACION NI DESGASTE EN MAQUINARIA Y LA TASA DEL INTERES ES COMPLETAMENTE UNIFORME.

Caso 1

INGRESO ANUAL MINIMO PARA FORMAR LA EMPRESA

Supongamos que una persona quiere saber, disponiendo de un capital, si acaso construye o no una fábrica. Para ello contrata los servicios de un ingeniero que realiza los planos y cálculos de la instalación, determinando cual sería la capacidad óptima de la misma y la maquinaria necesaria para la puesta en marcha. El ingeniero cobra por este asesoramiento \$ 200. Esta cantidad ha sido ya gastada para que se hiciera el estudio de factibilidades exclusivamente de la parte técnica.

Una vez que se tiene el proyecto técnico realizado, se comienza el estudio de

los gastos que demandaría la construcción y operación de la fábrica. Supóngase que son los siguientes:

- Mano de obra necesaria para operar la maquinaria una vez instalada \$ 450. - anuales.
- Patente anual \$ 50.
- Permiso para la construcción de la fábrica \$ 700.

Supongamos que la persona que desea realizar esta inversión trabaja actualmente en otra empresa en que le pagan \$ 500 por año. Si él construyera su propia fábrica, tendría que dejar ese trabajo con lo que dejaría de percibir los \$ 500. Por tanto, éste constituye su "sueldo alternativo". O sea: va a formar la empresa si por lo menos puede ganar en ella \$ 500. Es por ello que aunque no vaya a figurar en la planilla de sueldos esta cantidad, debe imputarse como costo el sueldo alternativo que la persona podría ganar en otra parte (ya que dejaría de percibirlos por trabajar en su propia empresa).

Supongamos que esta persona tiene un capital propio de \$ 10.000 que pueden estar invertidos en bonos, caja de ahorro, acciones, etc. Además, dispone de un crédito bancario de \$ 1.000 que es renovable año a año. Se necesita para la fábrica comprar una máquina que cuesta \$ 10.000. Se supone que la máquina va a durar indefinidamente: que no se desgasta o deprecia con el uso, de modo que puede venderse en cualquier momento por \$ 10.000. Supóngase, además, que se necesita mantener un capital circulante de \$ 300 en concepto de inventarios, saldos bancarios, etc.

Para simplificar el ejemplo se supone que en esta economía rige una tasa del interés del 10%, que es igual para el que pide prestado que para el que presta, como así también que es lo que puede obtenerse en caja de ahorro, bonos, etc. Es por consiguiente una tasa perfectamente uniforme.

La pregunta ahora es: Cuál será el ingreso anual mínimo que va a tentar a esta persona para formar la empresa?

Veamos primeramente cuales son los costos pertinentes para esta decisión.

Para operar la planta debe cubrir, por lo menos:

- | | |
|----------------------|-----------|
| - Mano de obra | \$ 450. - |
| - Patente anual | \$ 50. - |
| - Sueldo alternativo | \$ 500. - |

El capital propio debe redituarse como mínimo el 10%, ya que en caso contrario lo invertiría en bonos o acciones que dan ese 10%. Por lo tanto, aunque es

te item tampoco vaya a figurar en los libros de contabilidad como costo del capital, para la decisión de formar o no la empresa hay que considerarlo como un costo, ya que al distraerlo de otros usos a su posible empresa deja de percibir ese interés.

O, visto desde otro punto de vista, él gasta esos \$ 10.000 en comprar la máquina y deja por ese motivo de recibir \$ 1.000 al año en concepto de intereses, de modo que el costo alternativo de la máquina es \$ 1.000 por año: la máquina debe rendir al año por lo menos ese 10% para que convenga comprarla.

Como todavía no se ha formado la empresa, el dueño deberá distraer los \$ 700 que debe pagar en concepto de permiso de construcción de otra posible inversión alternativa (como sería caja de ahorro) en donde percibiría \$ 70 anuales en intereses. Por lo tanto, debe incluirse como costo ese interés sobre el capital involucrado en el permiso.

Lo mismo sucede con el capital circulante, ya que esos \$ 300, de no formar la empresa, pueden invertirse en otra parte al 10% anual. Entonces, debe exigirse un retorno de \$ 30 sobre el capital invertido en inventarios, etc.

Otra forma de ver el costo de estos dos últimos items es imaginar que los \$ 700 del permiso y los \$ 300 de inventarios se financian con los \$ 1.000 del préstamo bancario, y el costo del crédito bancario es \$ 100 por año.

Por lo tanto, los gastos totales serían:

- Mano de obra	\$ 450. -	
- Patente anual	\$ 50. -	
- Sueldo alternativo (1)	\$ 500. -	
	\$1000.-	(Costos'directos'')
- Interés del capital propio (máquina) (1)	\$ 1.000. -	
- Interés del capital prestado	\$ 100. -	
Total	\$ 2.100. -	

(1) Costos imputados que no aparecen en los libros de contabilidad).

Cómo consideramos el gasto de \$ 200 del ingeniero, que ya ha sido realizado?

Ese gasto ya ha sido pagado y no puede recuperarse nuevamente (se descarta la posibilidad, en este ejemplo, de que el proyecto técnico pueda ser vendido a otra persona). Esa cantidad ya ha sido gastada y no afecta en nada la deci-

sión de formar o no la empresa, ya que de ninguna manera es un costo recuperable. Por el contrario, todos los demás costos son recuperables (evitables) por el solo hecho de no formar la empresa. O sea, al ser estos alternativos permiten ser recuperados o evitados.

De modo que \$ 2.100 es el ingreso mínimo que se exigirá para formar la empresa: conviene formar la empresa sólo si el ingreso anual fuera mayor que los \$ 2.100 que el dueño puede "obtener" si no la forma.

- Caso 2

INGRESO ANUAL MINIMO PARA CONTINUAR OPERANDO LA EMPRESA UNA VEZ FORMADA.

Si se supone ahora que la planta ya está operando, cuál debe ser el ingreso mínimo exigido por el individuo para seguir trabajando la empresa?

Esta es una pregunta completamente distinta de la anterior. No importa ahora si la inversión original fué buena o mala, sino si una vez realizada ésta, vale o no vale la pena seguir operando. En este caso, cuál será el ingreso mínimo necesario?

Si el individuo cierra la empresa y se emplea en otro lugar ganaría \$ 500, de modo que un costo alternativo de continuar en ella serán los \$ 500: debe cubrir los \$ 500 para permanecer.

Si suponemos que no han habido cambios en los convenios de trabajo, será necesario cubrir los \$ 450 que se gastarían en mano de obra.

La patente habrá que considerarla o no dependiendo del tiempo que todavía cubre el pago anterior. Supongamos que ya ha vencido y que debe pagar nuevamente \$50 para continuar operando.

Como hemos supuesto que la máquina no sufre desgaste, podría venderse en \$ 10.000 e invertir ese dinero al 10% en otra parte. Por lo tanto, hay que considerar que el costo alternativo de mantenerla operando es de \$ 1.000. Se debe tener en cuenta también el costo alternativo del capital circulante, que sigue siendo \$ 30; o sea, el interés que devengaría ese capital en otra parte.

El permiso de instalación es ahora un gasto que no es pertinente a la decisión de continuar o no, ya que fué gastado y no es recuperable de ninguna manera (como el caso del ingeniero). Con esto, los costos pertinentes son:

- Costos directos	\$ 1.000. -
- Interés máquina	\$ 1.000. -
- Interés del capital circulante	\$ 30. -
Total:	\$ 2.030. -

Alternativamente:

- Costos directos	\$ 1.000. -
- Interés bancario	\$ 100. -
- Interés sobre "capital propio"	\$ 930. -
Total:	\$ 2.030. -

Si la empresa obtiene un ingreso anual mayor de \$ 2.030 conviene continuar operándola para siempre. Si la empresa ya hubiera contratado la manó de obra con anticipación por un año y hubiese pagado la patente anual, producirá solo por ese año si su ingreso ese año es mayor que \$ 1.530 y cerrará al año siguiente si su ingreso esperado para el futuro es menor que \$ 2.030 por año.

De acá surge la necesidad de hablar de costos evitables e inevitables, en lugar de fijos y variables, en lo que atañe a la toma de decisiones. Por ejemplo, el sueldo del dueño es un costo fijo (ya que no depende de la cantidad de unidades de producción), pero es un costo perfectamente evitable porque se puede evitar si es que no se forma la empresa o se deja de operarla. En cambio el costo del permiso, que también es un costo fijo, es evitable cuando la decisión es formar o no la empresa; pero, una vez que se formó y cuando la decisión es continuar o no, es un costo completamente inevitable.

B - NO HAY DEPRECIACION NI DESGASTE EN MAQUINARIA Y EXISTE TASA DE INTERES DIFERENCIAL.

Supóngase que el dueño de la empresa tiene su capital de \$ 10.000 invertido al 10%, y que además puede conseguir crédito del banco al 6%. Este crédito, máximo, de \$ 1.000, es renovable año a año.

Si el crédito obtenido puede ser utilizado para "cualquier" tipo de inversión que desee hacer el empresario, el costo alternativo de usar el crédito en su empresa es 10%, de modo que los cálculos hechos anteriormente no cambian.

Pero si el crédito es un "crédito específico" que puede obtenerse con la condición que debe ser invertido en esa empresa solamente, la situación es diferente,

pues ahora el costo alternativo del crédito no es 10%, ya que no existe ahora la alternativa de invertirlo al 10% en otra parte. Este caso es como si se estuviera comprando el servicio del dinero al precio del 6% anual que cobra el banco, al igual que como se compran los servicios de la mano de obra al precio de \$ 450 al año.

- Caso 1

INGRESO ANUAL MINIMO PARA FORMAR LA EMPRESA.

Como el préstamo es específico, se le exige como mínimo un retorno del 6%: debe imputarse un costo anual en intereses de \$ 60.

Los demás items se mantienen iguales.

- Mano de obra	\$ 450.-
- Patente anual	\$ 50.-
- Sueldo alternativo	<u>\$ 500.-</u>
	\$ 1.000.-
- Int. capital propio	\$ 1.000.-
- Int. capital prestado	<u>\$ 60.-</u>
	\$ 2.060.-

De modo que se formará la empresa si el ingreso anual mínimo es mayor que \$ 2.060.

Vemos que en este caso el ingreso anual mínimo es de \$ 2.060 contra los \$2.100 que se exigían cuando el dinero prestado podía ser invertido en cualquier parte. Es claro entonces, que un préstamo específico constituye un subsidio para la empresa: no se exige de ese capital un retorno igual al que puede obtenerse en otra inversión de mayor retorno.

- Caso 2

INGRESO ANUAL MINIMO PARA CONTINUAR EN LA EMPRESA UNA VEZ FORMADA.

Los denominados costos directos se mantienen invariables. La patente anual se incluirá o no dependiendo de la parte de año que le queda por cubrir. Como la má

quina no ha sufrido desgaste, el valor de ella se mantiene en \$ 10.000. Además, se siguen manteniendo los \$ 300 en capital circulante. Por lo tanto, el capital recuperable es de \$ 10.300.

Si la persona no continuara con la empresa, debería devolver al banco el préstamo de \$ 1.000 (debido a que es un préstamo específico) y, por lo tanto, de los \$ 10.300 del capital recuperable, solo obtendría \$ 9.300 que vendrían a constituir el capital "propio" invertible en cualquier otra parte. A éste se le exige un retorno del 10%, de modo que el costo anual por este concepto es \$ 930. Si continúa la empresa debe seguir pagando al banco \$ 60 anuales. Por lo tanto, el costo es:

- Costos directos	\$ 1.000. -
- Interés del capital propio	\$ 930. -
- Interés del capital prestado	\$ 60. -
Total	\$ 1.990. -

De modo que el ingreso anual mínimo para continuar en la empresa debe ser mayor que \$ 1.990. -

- Caso 3

COMPRA DE UNA MAQUINA ADICIONAL.

Este ejemplo pone de relieve al denominado "costo marginal" o "costo adicional", que es también un costo alternativo.

Supongamos que se tiene la empresa operando y que resulta buen negocio seguir con ella, o sea, el ingreso es mayor que el mínimo exigido.

Se quiere decidir si invertir o no en una máquina adicional que cuesta \$ 10.000. Se supone que se compra la máquina con capital propio y que no hay nuevos gastos en patentes y permisos y, además, que no se necesita más capital circulante.

Se necesita para operar la máquina \$ 450 en mano de obra nueva. Este es un costo marginal o gasto adicional de operar la nueva máquina. Lo mismo ocurre con el interés del capital propio que se va a invertir en la máquina.

- Gasto adicional de mano de obra	\$ 450. -
- Interés adicional del capital propio	\$ 1.000. -
	\$ 1.450. -

Entonces, si convenía operar la empresa originalmente, se comprará una nueva máquina adicional siempre que el ingreso adicional sea mayor que \$ 1.450.

Hay que destacar aquí la importancia conceptual de este tipo de análisis.

Se deben considerar solamente los gastos adicionales que atañen a la compra, instalación y operación de la nueva máquina (retorno por la inversión adicional, mano de obra que se debe contratar para que la opere, gastos de instalación, gastos administrativos adicionales que requiere la nueva inversión, energía, mantenimiento, etc.) pero nada más. Hay que olvidarse por completo de los gastos anteriores, porque esos ya están considerados en la decisión de continuar en la empresa.

Vale decir, sólo debe compararse el "GASTO ADICIONAL" de la nueva inversión con el "INGRESO ADICIONAL" de realizarla. La decisión quedará supeditada a si el ingreso marginal es mayor que el costo marginal.

C - HAY DEPRECIACION Y DESGASTE EN LA MAQUINARIA Y EL PRODUCTO SE VENDE AL FINAL DEL EJERCICIO.

Se supone el mismo ejemplo anterior. La empresa está formada y operando, y se desea comprar una máquina adicional. Esta máquina cuesta \$ 10.000 y tiene una vida útil de 3 años, al final de los cuales el precio de recuperación o deshecho es igual a cero. Cuál debe ser el ingreso mínimo adicional para que se decida comprar la máquina? Se supone que el interés es uniforme e igual al 10%.

Como en el ejemplo anterior, debe compararse el gasto adicional con el ingreso adicional, pero ahora para estos tres años en conjunto.

Al principio del primer año se deben gastar \$ 10.000 en la máquina y \$ 450 por la mano de obra de todo el año (suponemos que se paga al principio de año el total de la mano de obra). Al principio del segundo y tercer año hay que pagar \$ 450 por concepto de mano de obra.

El ingreso mínimo de los tres años deberá ser igual al total invertido durante los tres años. La inversión adicional total es:

<u>Principio del 1er. Año</u>	<u>Principio del 2º año</u>	<u>Principio del 3er. Año</u>
Gasto Inicial \$ 10.450	Gasto Inicial \$ 11.495	Gasto Inicial \$ 13.139,5
Int. del año \$ <u>1.045</u>	Man. Obra 2º año \$ <u>450</u>	Man. Obra 3º año \$ <u>450.-</u>
Gasto al final del 1er. año \$ 11.495	\$ 11.945	\$ 13.589,5
	Interés del 2º año \$ <u>1.194,5</u>	Intereses del 3er. año \$ <u>1.358,95</u>
	Gasto al final del 2º año \$ 13.139,5	(¹) \$ 14.948,45

(¹) COSTO MARGINAL DE LA INVERSION.

De modo que el ingreso mínimo adicional o ingreso marginal que debe obtenerse al final de los tres años debe ser mayor que \$ 14.948,45 para que haya incentivo para realizar la inversión.

CURSO SOBRE EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

Prof. Ing. Ernesto R. Fontaine

VERSION DE LA SEGUNDA CLASE

El factor tiempo: LA MAQUINA ADICIONAL DURA TRES AÑOS Y LOS INGRESOS SE PERCIBEN AL FINAL DE LOS TRES AÑOS.

Supongamos que la máquina sea una cuba para almacenar vino. La cuba y el caldo tienen un costo de \$ 10.000. Además, se debe incurrir en un gasto anual por mano de obra de \$ 450, los cuales se pagan al principio de cada año por adelantado. La inversión inicial, por consiguiente, sería de \$ 10.450 para el primer año, con un desembolso de \$450 para el segundo y tercer año. El producto se vende al final del tercer año, luego que ese caldo haya envejecido.

- Caso 1

INGRESO MINIMO, AL CABO DE LOS TRES AÑOS, PARA REALIZAR LA INVERSION

Como se va a vender el vino al final del tercer año, deseo saber cuál es el ingreso que hace rentable la inversión.

Si el inversor hubiera colocado el dinero invertido cada año en un banco a la tasa de interés del 10% (suponemos que el "mejor" uso alternativo de ese capital rinde el 10%) al cabo de los tres años hubiera obtenido un capital total de \$ 14.948,45: al hacerse la inversión al comienzo de cada año, al final del 3^o año habrá tenido invertidos \$10.450 por tres años, \$ 450 por dos años y \$ 450 por un año; los \$ 10.450 se convierten en \$ 11.495 para comienzos del 2^o año, en \$ 12.644,5 para comienzos del 3^o y en \$ 13.908,95 al final del 3^o año; los \$ 450 invertidos al comienzo del 2^o año se convierten en \$ 495 al principio del 3^o y en \$ 544,5 al final del 3^o año; los \$ 450 invertidos al comienzo del 3^o año se convierten en \$ 495 al final del tercero. Vale decir:

$$\$ 13.908,95 + 544,5 + 495 = \$ 14.948,45$$

Otra manera de ver esto es considerar que al capital inicial invertido se le agregan

los intereses del primer año, a esto se le agrega la inversión del 2º año más los intereses de ese 2º año, y así sucesivamente. O sea:

Año I		Año II		Año III	
Comienzo	Final	Comienzo	Final	Comienzo	Final
10.450	11.495	450		450	
		<u>11.495</u>		<u>13.139,5</u>	
		11.945	13.139,5	13.589,5	14.948,45

Se ve claramente que si multiplicamos la inversión inicial por uno más la tasa de interés pertinente se obtendrá la inversión al final del primer año.

$$10.450 (1 + r) = 10.450 (1 + 0,1) = 10.450 (1,1) = 11.495$$

donde $r =$ tasa de interés pertinente = 10% = 0,1

Si a la inversión al final del primer año (11.495) le sumamos los gastos del comienzo del 2º (\$450) y multiplicamos todo esto por $(1 + r)$, obtendremos la inversión al final del 2º año, y así sucesivamente.

Por consiguiente, podemos llegar a una fórmula con la que se obtiene la inversión final al cabo del período deseado. Llamando

C_3^I el costo al final del período 3 cuando las inversiones se realizan al comienzo del año, tenemos:

$$C_3^I = \left\{ \left[10.450 (1,1) + 450 \right] (1,1) + 450 \right\} (1,1) = 14.948,45$$

$$C_3^I = 10.450 (1,1)^3 + 450 (1,1)^2 + 450 (1,1) = 14.948,45$$

$$C_3^I = c_1 (1 + r)^3 + c_2 (1 + r)^2 + c_3 (1 + r)$$

en donde c_1, c_2, c_3 son las inversiones o gastos realizados al principio del año primero, segundo y tercero, respectivamente.

Por lo tanto, la inversión al final del período n será:

$$C_n^I = \sum_{i=1}^n c_i (1+r)^{n-i+1}$$

la inversión al final del año "n" cuando los gastos e inversiones c_i se realizan al comienzo de cada año.

$$C_n^I = \sum_{i=1}^n c_i (1+r)^{n-i+1} + G$$

la inversión al final del año n cuando además hay que hacer gastos de desmantelamiento (G) al final del último año.

Se invertirá en la máquina sólo si al cabo de los tres años puede venderse su producción en una cantidad mayor a \$ 14.948,45, pues de lo contrario preferirá invertir ese dinero en las actividades alternativas que le rinden un 10%. Si puede vender su producción en una cantidad exactamente igual a lo invertido, entonces le será indiferente realizarla o no.

Desde ya puede destacarse que "para nada" se ha considerado la depreciación anual de la máquina; sólo nos ha interesado recuperar al cabo de los tres años el costo total invertido en aquello que la máquina produce y que se puede vender al final del tercer año.

Por consiguiente, se realizará la inversión si es que:

$$\text{Ingreso neto} = \text{Ingreso} - \text{Costo} \geq 0$$

$$\text{Ingreso neto} = \text{IN}_n - C_n^I = \text{IN}_n - \sum_{i=1}^n c_i (1+r)^{n-i+1} - G \geq 0$$

- Caso 2

INGRESO MINIMO PARA CONTINUAR OPERANDO

Supongamos que los ingresos esperados de la venta del producto sean $(\$14.948,45 + G)$ donde G, mayor que cero, es igual al gasto que debe incurrirse en desmantelamiento, o bien G, menor que cero, es igual al valor de desecho de la máquina o valor recuperable al final de la inversión. Pese a que es indiferente realizar o no la inversión, por ser los ingresos esperados iguales a los costos, supongamos que el individuo realiza la inversión.

Por consiguiente, se supone que ya se ha comprado la máquina y se la ha operado por un año. En el momento en que el individuo está a punto de gastar los \$ 450 correspondientes al 2º año, hay una disminución del precio del producto que produce la máquina

(por ejemplo, el gobierno fija un precio máximo) y hay que decidir si continuar o no con la producción.

Veamos cuales son los costos pertinentes para esta decisión. La máquina ya ha sido comprada, pero puede venderse, de modo que interesa conocer cuál es el capital recuperable de la inversión ya realizada. Este capital recuperable incluirá tanto a la máquina como al producto en elaboración (como dijimos al principio, sería la cuba y el vino que se está añejando). Por lo tanto, los costos recuperables serían: los \$450 que se gastarán en ese momento con sus intereses por dos años; los \$ 450 a gastar a principio del tercer año con los intereses por ese año; el capital recuperable de la máquina y el valor del producto no terminado con sus intereses por dos años. (Se deben incluir los intereses sobre el capital recuperable, porque si decido no continuar con la inversión puedo venderla y colocar ese dinero en otra parte y obtener esos intereses).

O sea:

$$450 (1,1)^2 + 450 (1,1) + K (1,1)^2 + VPNT (1,1)^2$$

K = capital recuperable de la máquina

VPNT = valor del producto no terminado

Si el ingreso que se espera obtener con el nuevo precio al final del tercer año es mayor que esta suma, se continuará con la inversión; caso contrario convendrá vender la máquina y el producto no terminado y colocar ese dinero en otra parte.

De esta manera, el costo de continuar con la inversión es el costo verdadero involucrado en mantener la máquina antes que no mantenerla; este es el costo pertinente para la decisión de continuar operándola.

Este ejemplo muestra que la verdadera amortización o depreciación de la máquina es $(10.000 - K)$ durante su primer año de vida; que los \$ 450 gastados durante el primer año son totalmente no pertinentes para la decisión de continuar operando la máquina, como asimismo lo es el valor original de la máquina. El costo marginal o adicional pertinente, son los costos que se pueden evitar.

SOLUCION ALTERNATIVA DE LOS DOS CASOS USANDO VALORES ACTUALES

Otra forma de encarar la solución de estos problemas es actualizando los gastos al período inicial de inversión. Para ello se toma lo que se llama el valor actual o valor presente de un flujo futuro:

- Caso 1

El gasto del primer año es \$ 10.450 en valor actual, ya que esos deberían gastarse en el momento en que comienza el primer año, o sea, cuando se inicia la inversión.

Dentro de un año se va a hacer un gasto de \$ 450; dado un interés del 10%, un gasto de \$ 450 que se realizará dentro de un año equivale a un gasto de \$ 409.09 hecho hoy; pues, colocando \$ 409.09 al 10% me permite obtener \$ 450 dentro de un año. Por la misma razón, \$ 450 gastados al cabo de 2 años equivalen a:

$$\frac{450}{(1, 1)^2} = \left\{ \begin{array}{l} \$409,09 \\ (1, 1) \end{array} \right. = \$ 371,90 \text{ gastados ahora.}$$

De modo que el valor actual del flujo de gastos involucrados en la máquina son:

$$10.450 + 409,09 + 371,90 = 11.230,99$$

o sea:

$$10.450 + \frac{450}{(1, 1)} + \frac{450}{(1, 1)^2} = 11.230,99$$

$$c_1 + \frac{c_2}{(1+r)} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = C_0^I$$

$$C_0^I = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{(1+r)^{i-1}}$$

es el valor actual del flujo de gastos futuros, cuando el gasto se hace al iniciarse cada año, o sea, al comienzo de cada período.

En cambio, si los gastos se realizaran al final de cada año, la fórmula quedaría:

$$C_0^F = \sum_{i=0}^n \frac{c_i}{(1+r)^i}$$

De esta manera se obtiene el valor presente del flujo de costos. Hay que comparar es te valor con el ingreso esperado, también actualizado al principio del primer período. Si el valor actual de los ingresos excede el valor actual de los costos, conviene realizar la inversión.

- Caso 2

Cuando la decisión es continuar o no operando la máquina, se debe sacar el valor actual al momento en que se deba tomar la decisión. (*) Deberán compararse el flujo de gastos futuros e ingresos esperados actualizados a esa fecha: Se decidirá continuar con la inversión si los ingresos exceden los costos.

D - LA MAQUINA ADICIONAL DURA TRES AÑOS Y LOS INGRESOS SE PRODUCEN "DURANTE" ESOS TRES AÑOS.

- Caso 1

Suponiendo el mismo ritmo de gastos que en los ejemplos anteriores, al final del tercer año se habrán invertido \$ 14. 948, 45. Alternativamente, el valor actual del volumen de gastos será \$ 11. 230, 99 (el valor actual de los \$ 14. 948, 45 es \$ 11. 230, 99).

Ahora bien, si suponemos que la máquina produce algo que puede venderse en \$ 4. 500 todos los años, conviene hacer la inversión?

a) Supongamos, primeramente, que los ingresos de \$ 4. 500 se obtienen al final del primero, segundo y tercer año, entonces, estos ingresos colocados al interés del 10% producirán al cabo de tres años un ingreso total de \$ 14. 895:

$$B_3^F = 4500 (1,1)^2 + 4500 (1,1) + 4500 = 14.895.$$

siendo B_3^F el valor esperado de la inversión, o ingreso esperado, cuando los ingresos parciales se realizan al final de cada año.

El ingreso neto al final de los tres años es:

$$I. N_3 = B_3^F - C_3^I = 14.895 - 14.948,45 = - 53,45$$

De modo que el ingreso neto que se obtendrá al final del año 3 será negativo e igual a \$ 53, 45. Si suponemos que el valor de desecho o recuperación de la máquina es mayor que \$ 53, 45, conviene comprar la máquina adicional; de lo contrario vale más la pena invertir ese dinero en inversiones alternativas que rindan un 10%.

La fórmula que nos da el valor de la producción al final de "n" años cuando los ingresos v_i se perciben al final de cada año i es, entonces:

(*) Estrictamente pueden actualizarse los valores a cualquier momento en el tiempo.

$$B_n^F = \sum_{i=1}^n v_i (1+r)^{n-i}$$

b) Si los ingresos se percibieran al comienzo de cada año esta fórmula se transformaría en:

$$B_n^I = \sum_{i=1}^n v_i (1+r)^{n-i+1}$$

donde B_n^I sería el valor que se tiene al final del período "n".

En el caso en que los ingresos y costos estén coordinados, o sea, que se produzcan simultáneamente, el ingreso neto al final del año "n" será:

$$IN_n^F = B_n^F - C_n^F$$

Los gastos y los ingresos se producen al final de cada período.

$$IN_n^I = B_n^I - C_n^I$$

Los gastos y los ingresos se producen al comienzo de cada año.

Si IN_n es mayor que cero convendrá realizar la inversión.

Alternativamente, se puede analizar el problema comparando el valor actual del flujo de los ingresos con el valor actual del flujo de costos.

Para obtener el valor actual del flujo de ingresos se procede a actualizar al momento cero cada uno de los ingresos anuales. Si suponemos que los ingresos se perciben al final de cada año será:

$$B_0^F = \frac{4.500}{(1,1)} + \frac{4.500}{(1,1)^2} + \frac{4.500}{(1,1)^3} = 4.090,91 + 3.719,01 + 3.380,92 = 11.190,84$$

y la fórmula para obtener directamente este resultado es:

$$B_0^F = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{(1+r)^i}$$

valor actual del flujo de ingresos cuando los ingresos parciales v_i se reciben al final de cada año.

Si suponemos que el valor de desecho de la máquina es \$ 53, 45, su valor actual será:

$$53, 45 / (1, 1)^3 = 53, 45 / 1, 331 = \$ 40, 15$$

De modo que el valor actual del flujo de ingresos incluyendo el valor de desecho será $11.190, 84 + 40, 15 = 11.230, 99$ igual al valor actual del flujo de gastos. Por lo tanto, la inversión de la máquina se financia y el retorno que se puede obtener de la máquina es igual al que se puede obtener en actividades alternativas.

$$IN_0^F = B_0^F - C_0^F$$

$$IN_0^I = B_0^I - C_0^I$$

Estos son los valores actuales del ingreso neto, cuando tanto los gastos como los ingresos se perciben simultáneamente al final o principio de cada año, respectivamente.

Aquí podemos destacar un punto importante: el ritmo de los ingresos es importante en la decisión de inversiones. A medida que es mayor la tasa de interés, menos importancia tienen los costos e ingresos que se reeditarán en el futuro y mayor importancia tiene, por lo tanto, el período de gestación de la inversión. Cuando la tasa de interés es cero, el momento en que se reeditan los gastos e ingresos es irrelevante; cuando el interés es 10%, los ingresos netos que se obtienen al final del tercer año afectan el valor actual de los ingresos netos en esa cantidad dividida por $(1, 1)^3 = 1, 331$; con un interés del 30% la afectan en una cantidad dividida por $(1, 3)^3 = 2, 197$; con un interés del 100% el ingreso neto al final del tercer año afecta al valor actual en esa cantidad dividida por 8. La conclusión que se desprende de esto es que a medida que la tasa de interés es mayor, menor será la probabilidad de que sea rentable invertir en proyectos de larga duración o de largo período de gestación; una tasa baja de interés, por el contrario, alienta las inversiones de largo plazo y/o de largo período de gestación.

- Caso 2

La empresa está formada y ha transcurrido un año; cuál ingreso hace rentable continuar la empresa?

Los ingresos que ya ganó, ganados están, de modo que no deben considerarse para la decisión de continuar; el capital que ya invirtió, invertido está, y sólo interesa el capital que se puede recuperar de la máquina. De modo que los cálculos son iguales a los que se hicieron en el punto C. 2 (Se presume aquí que no hay productos no terminados).

Con los ejemplos anteriores se ha querido mostrar que el criterio "correcto" para evaluar un proyecto de inversión, es determinar el valor actual de los ingresos netos esperados cuando el flujo de ingresos netos se descuenta a la tasa de interés pertinente. La tasa de interés pertinente debe ser el costo alternativo del capital para el dueño del negocio. Si $IN_0 > 0$ el proyecto es deseable; cuando $IN_0 < 0$, el proyecto no debe realizarse. No se ha analizado el problema de decidir entre distintos proyectos. Sólo se ha comparado invertir en un proyecto versus invertir ese capital en el banco. Posteriormente se encarará el problema de distribuir una cantidad de dinero o de crédito entre varios proyectos de inversión: decidir en cuál de ellos es más conveniente invertir.

Existen otros criterios que se han usado para evaluar proyectos de inversión. Los más conocidos son: A) La tasa interna de retornos y B) La razón de beneficios a costos.

A - LA TASA INTERNA DE RETORNOS

La tasa interna de retornos, ρ , es aquella tasa de interés que hace igual a cero el valor actual de un flujo de beneficios netos futuros. Vale decir, es aquella tasa de descuento que aplicada a un flujo de beneficios netos hace que el beneficio neto al año cero sea exactamente igual a cero. La fórmula (1) indica el valor actual del flujo de beneficios netos, descontados a la tasa de interés "r", cuando estos IN_i se producen al final del año "i". IN_0 , por lo tanto, es: el

$$(1) \quad BN_0^F = \sum_{i=0}^n \frac{IN_i}{(1+r)^i}$$

monto de la inversión original que ha producido ese ingreso neto al final del año cero. Variando el valor para "r", se determinará la tasa interna de retornos ρ ; esta tasa, como se dijo más arriba, es aquella tasa que hace $BN_0^F = 0$. Vale decir, se define a ρ en la fórmula (2):

$$(2) \quad BN_0^F = 0 = \sum_{i=0}^n \frac{IN_i}{(1+\rho)^i}$$

Debe destacarse que se está presumiendo que los gastos se hacen perfectamente sincronizados con los ingresos, de modo que IN_i se obtiene al final del período i (para $i=0, 1, 2, 3, \dots, n$) sin que hayan nuevos ingresos netos hasta el final del período siguiente.

Es conveniente realizar la inversión, dice la regla de decisión, cuando la tasa de

interés del mercado es menor que la tasa interna de retornos; o sea, cuando el uso del capital en inversiones alternativas "rinde" más que el capital invertido en esta empresa.

Veamos algunos ejemplos suponiendo que la tasa de interés del mercado es del 10%:

$$IN_0 = \$ -100 ; IN_1 = \$ 120.$$

siendo IN_0 un ingreso neto al final del año cero (principio del año 1).

Cuando el ingreso neto es negativo quiere decir que los gastos superan a los ingresos en ese período. IN_1 es el ingreso neto al final del año 1.

Aplicando la definición de tasa interna de retornos, obtenemos:

$$0 = -100 + \frac{120}{(1+r)}$$

y despejando de esta ecuación el valor de r :

$$100 = \frac{120}{(1+r)} ; 100(1+r) = 120 ; r = \frac{20}{100} = 20\%$$

Como la tasa interna de retornos (20%) es mayor que la tasa de interés (10%), conviene hacer la inversión.

Veamos un ejemplo en donde intervienen tres períodos y los ingresos netos son IN_0 , IN_1 , y IN_2 .

$$0 = IN_0 + \frac{IN_1}{1+r} + \frac{IN_2}{(1+r)^2}$$

$$0 = IN_0(1+r)^2 + IN_1(1+r) + IN_2$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene el valor de r

$$0 = 1 + r^2 + 2r + \frac{IN_1}{IN_0} + \frac{(IN_1)}{(IN_0)} r + \frac{IN_2}{IN_0}$$

$$0 = r^2 + r \frac{(2 IN_0 + IN_1)}{IN_0} + \frac{(IN_0 + IN_1 + IN_2)}{IN_0}$$

$$r = -\frac{1}{2} \frac{(2 IN_0 + IN_1)}{IN_0} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2 IN_0 + IN_1)^2}{IN_0^2} - 4 \frac{(IN_0 + IN_1 + IN_2)}{IN_0}}$$

$$r = -\frac{1}{2} \frac{(2 IN_0 + IN_1)}{IN_0} \pm \frac{1}{2 IN_0} \sqrt{(2 IN_0 + IN_1)^2 - 4 IN_0 (IN_0 + IN_1 + IN_2)}$$

Si ahora suponemos el siguiente flujo:

$$IN_0 = -10 ; IN_1 = 8 ; IN_2 = 4,8 \text{ el valor de la tasa de retornos}$$

será:

$$r = -\frac{1}{2} \frac{(-20 + 8)}{-10} \pm \frac{1}{20} \sqrt{(12)^2 + 40 (-10 + 8 + 4,8)}$$

$$r = -\frac{1}{2} (1,2) \pm \frac{1}{20} \sqrt{144 + 40 (2,8)}$$

$$r = -0,6 \pm \frac{1}{20} \sqrt{256} = 0,6 \pm \frac{16}{20}$$

$$r = -0,6 \pm 0,8$$

Como vemos, hay un solo valor positivo para r , de modo que la tasa interna de retornos es $r = 0,2 = 20\%$.

Vale decir, conviene hacer la inversión pues la tasa interna de retornos es mayor que la tasa de interés del mercado: 20% vs. 10%.

Sin embargo, la tasa interna de retornos trae problemas cuando se producen cambios de signo en el polinomio (o sea cuando alternadamente los ingresos netos son positivos y negativos).

Supongamos el siguiente flujo de ingresos netos:

$$IN_0 = -10 ; IN_1 = +50 ; IN_2 = -60$$

de modo que al final del segundo período hay que incurrir en un gasto grande de reposición, que no podrá recuperarse. El valor para f es:

$$f = -\frac{1}{2} \frac{(-20 + 50)}{-10} + \frac{1}{20} \sqrt{(-20 + 50)^2 + 40(-10 + 50 - 60)}$$

$$f = +\frac{3}{2} \pm \frac{1}{20} \sqrt{900 - 800}$$

$$= +\frac{3}{2} \pm \frac{1}{20} \begin{cases} f = 1 = 100\% \\ f = 2 = 200\% \end{cases}$$

De modo que la tasa interna de retorno es, alternativamente, del 100% ó del 200%. Vale la pena hacer la inversión?

Es evidente que la respuesta es no; la inversión tiene, debido a que la tasa de interés del mercado es del 10%, un valor actual de sus flujos de ingresos que es negativo.

$$V_0^F = -10 + \frac{50}{1,1} - \frac{60}{(1,1)^2}$$

$$V_0^F = -10 + 45,45 - 49,58 < 0$$

y, por lo tanto, conviene más invertir en otra parte ese dinero al 10%.

Debido a inconvenientes de este tipo es que el análisis de la tasa interna de retornos no es recomendable.

CURSO SOBRE EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

Prof. Inf. Ernesto R. Fontaine

VERSION DE LA TERCERA CLASE

Vimos que existían otros dos métodos para la evaluación de proyectos, y que ellos eran A) Tasa interna de retornos y B) La razón de beneficios a costos.

A - Al desarrollar este punto notamos que la obtención de la tasa interna de retornos presenta a veces una indeterminación, proveniente de más de una solución posible.

Veamos ahora algunos ejemplos que ayudarán a poner en claro el concepto implícito de lo que es tasa interna de retornos.

1) Supongamos que una inversión dará un flujo de \$ 100 por tres años y que ella cuesta en este momento \$ 240.

La tasa interna de retornos ρ era aquella tasa que hacía cero el valor actual del flujo de beneficios netos.

Probemos con una tasa $\rho = 8\%$

$$\begin{aligned} B_0 &= 100/1,08 + 100/(1,08)^2 + 100/(1,08)^3 \\ &= 100(0,9259) + 100(0,8573) + 100(0,7938) = 100(2,577) = 257,7 > 240 \end{aligned}$$

por consiguiente, la tasa será mayor que 8%. Probemos con $\rho = 10\%$

$$\begin{aligned} B_0 &= 100(0,9091) + 100(0,8264) + 100(0,7513) = 100(2,4868) = \\ &= 248,68 > 240 \end{aligned}$$

Probemos con $\rho = 12\%$

$$\begin{aligned} B_0 &= 100(0,8929) + 100(0,7972) + 100(0,7513) = 100(2,4019) = \\ &= 240,19 \end{aligned}$$

de modo que la tasa interna de retornos es muy poco mayor del 12%, ya que esa tasa iguala al valor actual de los flujos de ingresos con el valor actual de inversión.

- 2) Supongamos una inversión que cuesta actualmente \$ 240 y que rinde \$ 100 en el final del décimo año, 100 al final del 11^o año y 100 al final del 12^o año.

Para $r = 10\%$

$$B_0 = 100 / (1,1)^{10} + 100 / (1,1)^{11} + 100 / (1,1)^{12} =$$

$$= 100 (0,3505) + 100 (0,3186) + 100 (0,2897) = 100 (0,9588) = 95,88$$

Para $r = 5\%$

$$B_0 = 100 (0,5847) + 100 (0,5568) + 100 (0,5303) = 100 (1,6718) = 167,18$$

Para $r = 2\%$

$$B_0 = 100 (0,8043) + 100 (0,7885) + 100 (0,7730) = 100 (2,3658) = 236,58$$

Para $r = 1,75\%$

$$B_0 = 100 (0,8263) + 100 (0,8121) + 100 (0,7981) = 100 (2,4365) = 243,65$$

Vale decir que la tasa interna de retornos está comprendida entre 1,75 % y el 2 %.

- 3) Una inversión que rinde \$ 100 todos los años y para toda la vida y que vale ahora \$ 1.000 tiene una tasa interna de retornos del 10 %, pues

$$1.000 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{100}{(1+r)^i} \Rightarrow r = \frac{100}{1.000}$$

- 4) La tabla de más abajo indica el r correspondiente a una inversión original de IN_0 cuando los beneficios son de \$ 100 por año durante los 10 años que siguen al año de la inversión original:

IN_0	r
614,40	10 %
671,--	8 %
702,40	7 %
736,--	6 %
811,10	4 %
898,30	2 %
947,10	1 %

- 5) Supóngase que existe el siguiente flujo de ingresos netos al final del año 0, año 1 y año 2, respectivamente

$$v_i = 10 \quad + \quad 30 \quad - \quad 25$$

aplicando la definición de tasa de retornos y ocupando la fórmula obtenida en la clase anterior para el caso de tres períodos, obtendremos:

$$r = -1/2 \left(\frac{-20 + 30}{-10} \right) \pm 1/20 \sqrt{(-20 + 30)^2 + 40(-10 + 30 - 25)} =$$

$$r = -1/2 \pm 1/20 \sqrt{100 - 200} = -1/2 \pm 1/2 \sqrt{-1}$$

O sea, el valor de r es imaginario!

Pero si tomamos el valor actual del flujo a la tasa de interés pertinente (supóngase que es 10 %), se obtiene:

$$BN_0 = -10 + \frac{30}{(1,1)} - \frac{25}{(1,1)^2} = -3,39$$

Alternativamente, el valor de esta inversión al final del segundo año (la capitalización del flujo al año 2 en lugar del valor actual) es:

$$BN_2 = -10(1,1)^2 + 30(1,1) - 25 = -4,1$$

(Cálcula el r para el flujo de ingresos netos $+10 - 30 + 25$).

La conclusión que se obtiene de estos ejemplos es que debe usarse con mucho cuidado la regla que incorpora la tasa interna de retornos.

Habrá solo una solución para r cuando durante los primeros años han habido ingresos netos negativos y luego los ingresos son todos positivos.

El problema de la ambigüedad que surge en el uso de la tasa interna de retornos proviene del hecho que en su cálculo se está presumiendo que las pérdidas y las ganancias se reinvierten a la tasa interna de retornos.

B - LA RAZON DE BENEFICIOS A COSTOS

La regla dice que debe hacerse la inversión sólo si la razón de beneficios a costos es mayor que la unidad; o sea, sólo si los beneficios son mayores que los costos.

Es evidente que esta regla se refiere a la razón entre los valores actuales de los beneficios y costos. Por lo tanto, es una regla correcta para decidir si vale o no la pena hacer una inversión.

En términos de un ejemplo, supóngase que el flujo de costos y de ingresos de una inversión es:

Costos	100	950	1.050
Beneficios	0	1.000	1.150

Supóngase $r = 10\%$

$$C_0 = 100 + \frac{950}{(1,1)} + \frac{1.050}{(1,1)^2} = 100 + 863,64 + 867,77 = 1.831,41$$

$$B_0 = \frac{1.000}{(1,1)} + \frac{1.150}{(1,1)^2} = 909,09 + 950,41 = 1.859,50$$

$$\text{VALOR ACTUAL DE LOS BENEFICIOS NETOS} = 1.859,50 - 1.831,41 = 28,09$$

y la razón es:

$$\frac{B_0}{C_0} = 1,015$$

Sin embargo, una persona perfectamente honesta podría con esos mismos datos formar el siguiente flujo:

Costos (inicial)	100	0	0
"Beneficios" (netos)	0	50	100

$$C_0 = 100$$

$$B_0 = \frac{50}{(1,1)} + \frac{100}{(1,1)^2} = 45,45 + 82,64 = 128,09$$

$$\text{VALOR ACTUAL DE LOS BENEFICIOS NETOS: } 128,09 - 100 = 28,09$$

pero la razón es:

$$\frac{B_0}{C_0} = 1,281$$

Se ha obtenido una razón de beneficios a costos mayor que en el anterior para un mismo valor actual de los beneficios netos. Aparentemente entonces, la segunda inversión

es mejor que la primera, aunque ambas son igualmente buenas (exactamente la misma inversión).

De esto se desprende que este criterio de evaluación es correcto, siempre que sea usado para decidir si realizar o no una inversión; pero no lo es para decidir cuál inversión es más conveniente.

CAMBIOS EN LA TASA DE INTERES PERTINENTE

En todos los ejemplos anteriores habíamos supuesto que la tasa de interés era una constante a lo largo de la vida del proyecto.

En la realidad, este puede no ser el caso: habrá años durante los cuales hay abundancia de fondos para inversiones, y otros durante los cuales hay escasez, provocados éstos por el ciclo económico o por cambios en la cantidad de ayuda extranjera, créditos internacionales, o política crediticia nacional.

Se sigue de esto que cuando la tasa de interés es baja deben hacerse las inversiones de más largo plazo o las inversiones de largo período de gestación que se ven favorecidas por una tasa de interés menor? Si bien es cierto que estas inversiones se verán favorecidas en algo por una menor tasa de interés, se verían más favorecidas si la tasa de interés con la cual deben descontarse todos los flujos futuros es más baja; pero, la situación de abundancia de fondos para inversión puede ser temporaria.

Supóngase un flujo de ingresos netos que se reditúan al final del año "i" (para i = 0, 1, 2).

IN_0	IN_1	IN_2
- 120	+ 50	+ 100

El valor actual de este flujo es + 8,10 cuando la tasa de interés es del 10 %, de modo que es rentable al 10 % de interés.

Supóngase ahora que hay razones para suponer que la tasa de interés será del 25 % durante el segundo año. Conviene hacer la inversión?

El valor actual del flujo, en estas condiciones, es:

$$IN_0^P = -120 + \frac{50}{(1,1)} + \frac{100}{(1,1)(1,25)}$$

$$IN_0^P = -120 + 45,45 + 72,73 = -1,82$$

Por consiguiente, no conviene hacer la inversión en estas condiciones, pues el valor actual del flujo de ingresos netos futuros es menor que cero.

Veamos otro caso. Si la tasa de interés es constante e igual al 25 %, no conviene efectuar un proyecto que reditúa el siguiente flujo de ingresos:

IN ₀	IN ₁	IN ₂
- 110	+ 50	+ 100

pues el valor actual del flujo es negativo:

$$IN_0^F = -100 + \frac{50}{(1,25)} + \frac{100}{(1,25)^2}$$

$$IN_0^F = -110 + 40 + 64 = -6$$

Sin embargo, si la tasa de interés durante el segundo año es del 10 %, tenemos:

$$IN_0^F = -110 + \frac{50}{(1,25)} + \frac{100}{(1,25)(1,10)}$$

$$IN_0^F = -110 + 40 + 72,72 = +1,72$$

y, por lo tanto, conviene hacer la inversión (Puede, sin embargo, ser más conveniente postergar un año la iniciación del proyecto. Este aspecto se trata más adelante).

La conclusión que se desprende de estos ejemplos es que no debe usarse una única tasa de interés para tomar los valores actuales, sino que deben usarse las tasas de interés que se espera rijan durante cada uno de los años en que se reditúan los beneficios netos.

$$IN_0^F = IN_0 + \frac{IN_1}{(1+r_1)} + \frac{IN_2}{(1+r_1)(1+r_2)} + \dots +$$

$$+ \frac{IN_n}{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)\dots(1+r_n)}$$

$$IN_0^F = \sum_{i=0}^n \frac{IN_i}{\prod_{j=1}^i (1+r_j)}$$

Al respecto, vale la pena destacar una de las relaciones que existe entre las tasas de interés de bonos (documentos) de distintos plazos. Hoy, por ejemplo, existe una tasa de interés para un documento que vence dentro de un año. Este documento puede comprarse ahora en P_0 y al cabo de un año va a obtenerse P_1 , de modo que la tasa de interés implícita en el documento es:

$$r_1 = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Al mismo tiempo, hoy existe un precio para un documento que vence dentro de dos años y la "tasa de interés" implícita es:

$$r_2^* = \frac{P_2 - P_0}{P_0}$$

de modo que r_2^* es la "tasa de interés" para un documento que se mantendrá por dos años. Cuál es la tasa de interés que se espera rija durante el segundo año?

Si estas tasas de interés son de equilibrio, en el sentido que las personas están en efecto comprando los dos tipos de documentos, y se observa que $r_1 = r_2^*$, debe ser cierto que la gente espera que el tipo de interés durante el segundo año sea cero. La única razón por la cual la gente compraría bonos con dos años de duración, siendo $r_1 = r_2^*$, es que esperan no poder sacarle ningún interés a su dinero durante el segundo año; es decir, que si pudieran obtener algún interés durante el segundo año en otra actividad, preferirían comprar el bono de un año y reinvertir el dinero en esa actividad el segundo año antes que comprar un documento que dura dos años y que le reporta el mismo beneficio que el de 1 año.

De modo que si la "tasa de interés" del documento de dos años de duración es mayor que la del que dura un año, esa diferencia refleja la tasa de interés que se espera regir durante el segundo año. Si se espera que $r_2 = 0$, deben ser por fuerza $r_1 = r_2^*$. Pero si se espera que r_2 será distinta de 0, entonces:

$$(1 + r_2^*) = (1 + r_1) (1 + r_2)$$

Vale decir, si en este momento se están comprando documentos de uno y dos años de duración, debe cumplirse que el "interés" devengado por el documento de dos años a la "tasa" r_2^* , sea igual al interés devengado por un documento a un año a la tasa r_1 , cuando se reinvierte ese monto durante el segundo año a la tasa esperada r_2 . De aquí podemos obtener, por lo tanto, el valor esperado de la tasa de interés para el segundo año:

$$r_2 = \frac{(1 + r_2^*)}{(1 + r_1)} - 1$$

Supóngase, por ejemplo, que puedo comprar en \$ 100 un documento que vence al cabo de un año y que me dá \$110, y también puedo comprar hoy en \$100 un documento que vence dentro de dos años y que dará \$115,5. Cuál es la tasa de interés esperada durante el segundo año?

$$r_1 = \frac{110 - 100}{100} = 10\% = 0,1$$

$$r_2^* = \frac{115,5 - 100}{100} = 15,5\% = 0,155$$

$$r_2 = \left[\frac{(1 + 0,155)}{(1 + 0,1)} \right] - 1 = 1,05 - 1 = 0,05$$

$$r_2 = 5\%$$



Este resultado es perfectamente obvio. Yo compraré el bono de dos años sólo si puedo obtener con él el 10% durante el primer año, pues de lo contrario compro el documento de un año de duración. Vale decir, el capital invertido en el bono de dos años al cabo de un año tiene un valor de \$110; el interés durante el segundo año debe ser, entonces:

$$r_2 = \frac{115,5 - 110}{110} = \frac{5,5}{110} = 0,05 = 5\%$$

De modo que si bien es cierto que parece un tanto teórico o utópico incluir tasas esperadas de interés en la evaluación de proyectos de inversión, es perfectamente viable su cálculo por el método antes expuesto.

La fórmula general es:

$$(1 + r_1^*) = \prod_{j=1}^n (1 + r_j)$$

De modo que la fórmula para obtener el valor actual de los beneficios netos de un proyecto de inversión cuando hay tasas de interés diferentes para cada año, puede escribirse como:

$$IN_0^F = \sum_{i=0}^n \frac{IN_i}{(1+r_i^*)}$$

Alternativamente, la fórmula para encontrar las tasas de interés esperadas durante el año "i", puede escribirse como:

$$(1+\hat{r}_i)^i = \prod_{j=1}^i (1+r_j)$$

donde \hat{r}_i es la tasa de interés implícita en un documento con "i" años de duración. En términos del ejemplo anterior, un documento que hoy vale \$ 100 y que al cabo de dos años reditúa \$ 115,5 tiene un r_2 de aproximadamente 7,47 %, pues:

$$\frac{115,5}{(1,0747)^2} = \frac{115,5}{1,15498} = 100$$

Vale decir, la tasa de interés esperada para el segundo año, r_2 , es:

$$1,15498 = (1,1) (1+r_2)$$

$$1,15498 = 1 + r_2$$

$$1,1$$

$$1,05 = 1 + r_2$$

$$r_2 = 0,05$$

Con esto, la fórmula que debe usarse para obtener el valor actual del flujo de beneficios netos de un proyecto de inversión puede también escribirse como:

$$IN_0^F = \sum_{i=0}^n \frac{BN_i}{(1+\hat{r}_i)^i}$$

El que evalúa un proyecto de inversión puede obtener los valores de \hat{r}_i (ó de r_i^*) observando las cotizaciones en las bolsas de corredores. Uno de los problemas que deberá solucionar es el distinto grado de riesgo que llevan implícitos diferentes documentos financieros. Tocaremos nuevamente estos puntos cuando se estudien los problemas introducidos por el racionamiento de capitales.

- * -