CONSEJO FEDERAL DE INVERSIONES
Roberto NOël Domecq

MODELOS DE LOCALIZACION AGRARIA

I N D I C E

ELECCION DE UN SISTEMA DE PRODUCCION EN UNA EXPLOTACION AGRICOLA

Un productor E dispone de una superficie cultivable S, compuesta de tierras homogeneas, y de una cantidad de trabajo L. Es evidente que él puede optar entre diversos cultivos, destinando s su tierra a uno o mas.

Para cada uno de los cultivos el productor puede conocer con bastante aproximación:

- el tiempo de trabajo necesario por hectárea.
- el valor de la producción por hectárea, atendiendo a los precios de mercado.
- las cargas de cultivo (fertilizantes, semillas, amortización o alquiler de equipos, etc).

Podrá así obtener el ingreso bruto por Ha. como diferencia entre el valor de la producción y las cargas (se excluye el costo de mano de obra que es considerado aparte).

Cada uno de los cultivos posibles X_i podrá ser caracterizado por dos números:

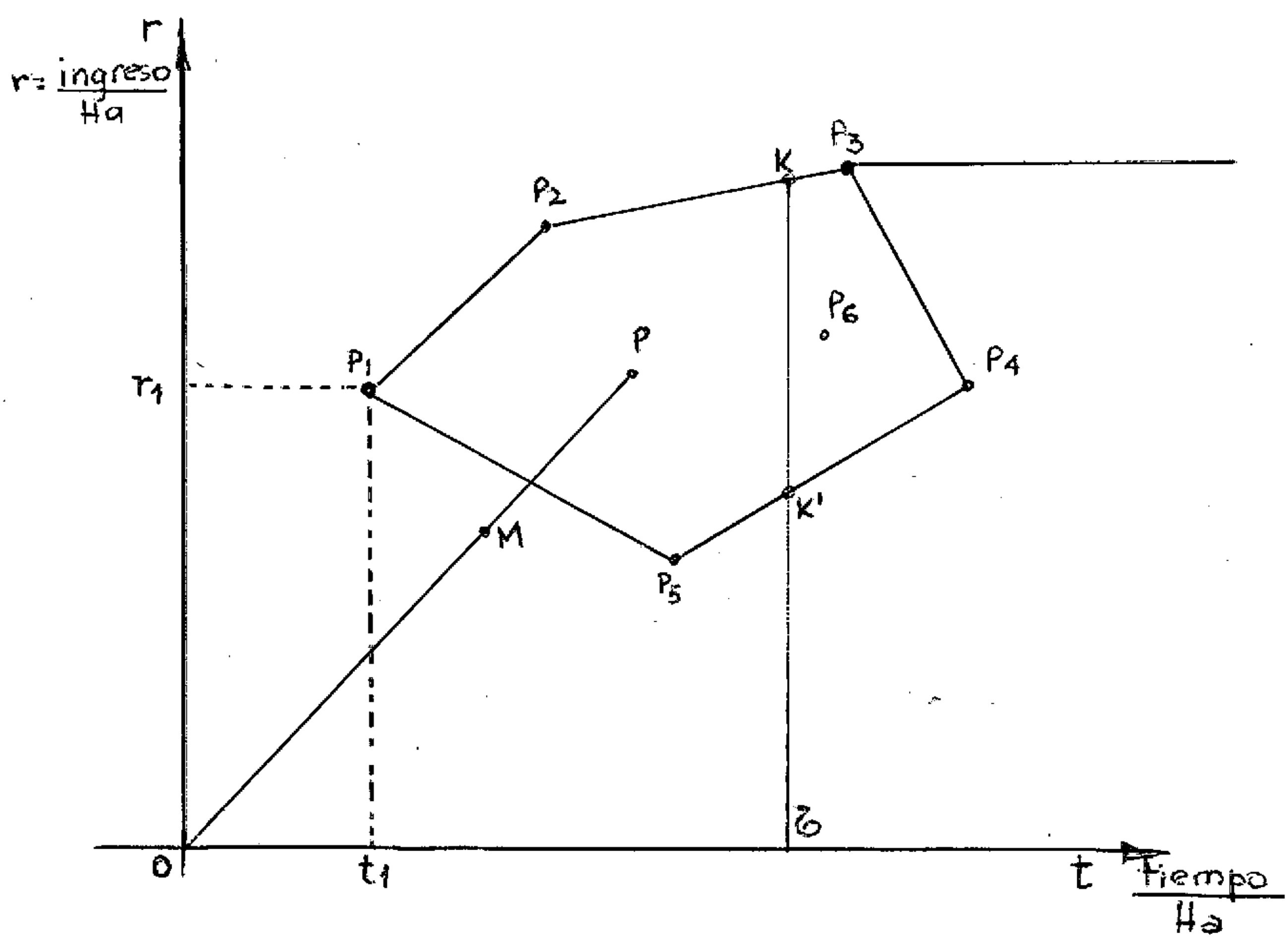
t_i número de horas de trabajo por hectárea

r_i ingreso bruto por Ha.

El problema consistirá en establecer las superficies S: que el productor destina a cada uno de los cultivos de forma de obtener para su trabajo el mayor ingreso.

Para un sistema dado de cultivos la cantidad de trabajo utilizada es $\sum t_i S_i$ y el ingreso obtenido $\sum r_i S_i$. Las superficies <u>Si</u> estarán dadas por cantidades positivas o nulas y su suma será igual o menor que la superficie total S.

En un sistema de ejes podremos ubicar cada uno de los puntos que caracterizan a los cultivos dados:



Así, para el cultivo X_1 la abscisa t_1 y r_1 definirán el punto P_1. De la misma manera podrán ubicarse los puntos P_1, P_2, etc.

Si a cada uno de los puntos P_i se le asigna una masa S_i (x) podrá definirse la media de trabajo por Ha. cultivada

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i s_i}{\sum s_i}$$

y el ingreso medio por Ha. cultivada:

$$\bar{r} = \frac{\sum r_i s_i}{\sum s_i}$$

El punto P definido por $\bar{t}$ y $\bar{r}$ será el baricentro del sistema de cultivos dados y como los S_i son positivos o nulos debe encontrarse en el interior del polígono convexo determinado por los puntos P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 y P_6.

Como la $\sum S_i$ pueden ser menor o igual que S será necesario definir la media por hectárea disponible:

$$t = \frac{\sum t_i s_i}{S} = \frac{\sum t_i s_i}{\sum s_i} \cdot \frac{\sum s_i}{S} = \bar{t} \cdot \frac{\sum s_i}{S}$$

$$r = \frac{\sum r_i s_i}{S} = \frac{\sum r_i s_i}{\sum s_i} \cdot \frac{\sum s_i}{S} = \bar{r} \cdot \frac{\sum s_i}{S}$$

(x) Superficie asignada a cada cultivo

El punto M definido por t y r se encontrará sobre la recta OP y coincidirá con P cuando la $\sum S_i = S$

Puede escribirse que $\frac{OM}{OP} = \frac{\sum S_i}{S}$

Con los elementos dados podrá establecerse para una cantidad de trabajo dada cuáles son los cultivos que rinden el mayor ingreso.

El problema puede plantearse de la siguiente forma:

$$\sum s_i \leqslant S$$

$$\sum t_i s_i \leqslant T$$

$$\sum r_i s_i \text{ máximo}$$

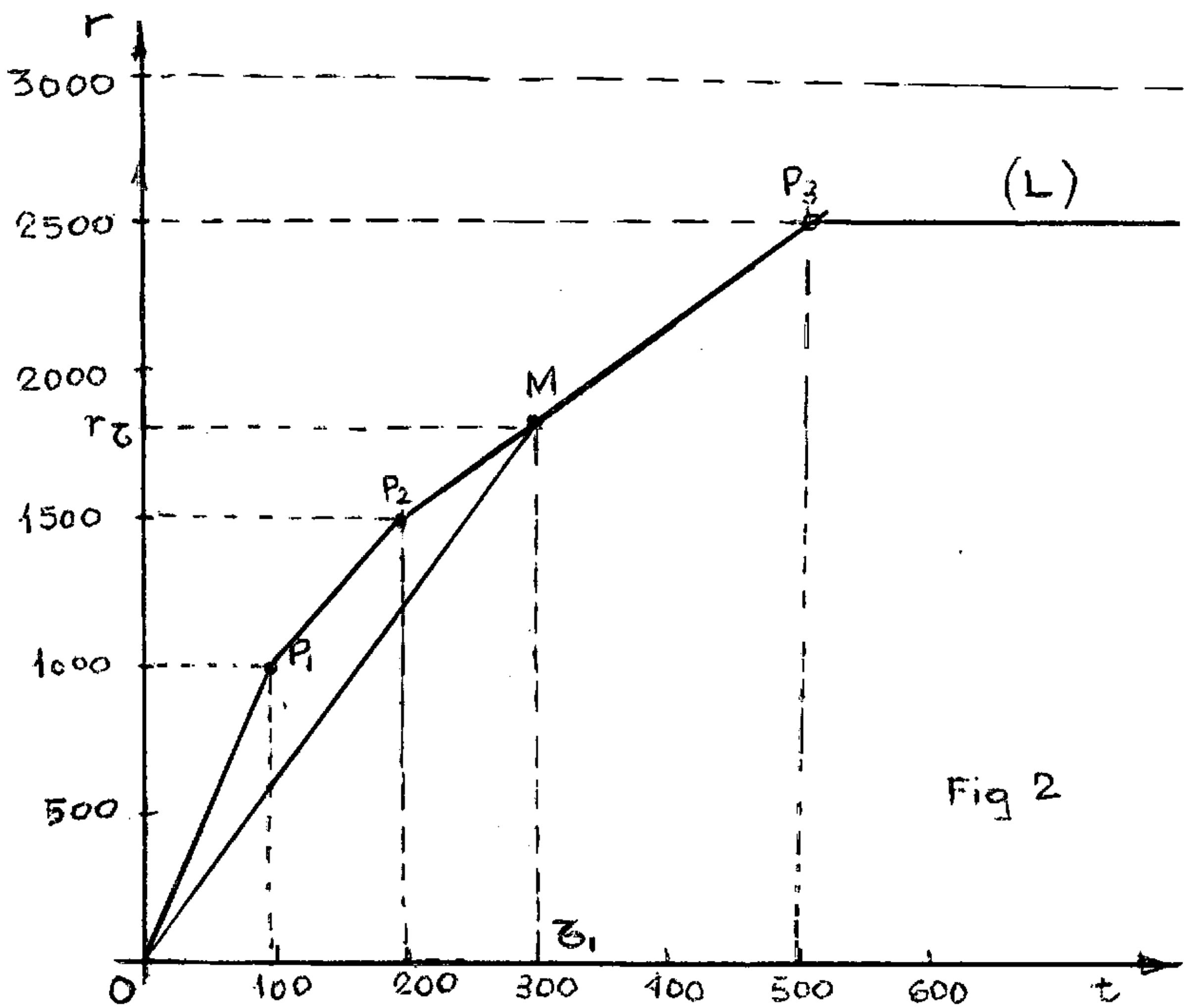
$$s_i \geqslant 0 \quad (i = 1, 2, \ldots n)$$

La cantidad de trabajo disponible por Ha. es $\frac{T}{S}$ que definirá un punto de abscisa τ. La vertical elevada por dicho punto corta al polígono en los puntos K y K'. La elección será aquella que rinda el ingreso más elevado, es decir, la parte superior del polígono. Como K no coincide ni con P_2 ni con P_3 será necesario repartir la superficie S entre P_2 y P_3 en forma proporcional a los segmentos P_2K y KP_3

Análisis de un caso particular

S = 120 Has.	trigo:	t_1 = 100 horas/Ha.	r_1 = 1.000 $/Ha.
T = 36.000 horas	maíz:	t_2 = 200 horas/Ha.	r_2 = 1.500 $/Ha.
	caña:	t_3 = 500 horas/Ha.	r_3 = 2.500 $/Ha.

(los datos no corresponden a la realidad).



$$\text{Horas disponibles por Ha.} = \frac{T}{S} = \frac{36.000}{120} = 300\ \frac{\text{horas}}{\text{Ha.}} = \tau_1$$

El punto más elevado que corresponde a τ_1 es M comprendido entre P_2 y P_3 y el ingreso total obtenido será:

$$R = 120 \cdot r_\tau$$

r_τ = ingreso por Ha

$$r_T = \frac{1500 \cdot \overline{MP_3} + 2500 \; MP_2}{\overline{P_2 P_3}} =$$

$$r_T = \frac{1500 \cdot 4{,}5 + 2500 \cdot 2}{6{,}5} = 1807 \; \$/H$$

$$R = 120 \cdot 1807 = 216.840$$

La distribución de la tierra será

$$s_2 = S \cdot \frac{MP_3}{P_2 P_3} = 120 \cdot \frac{4{,}5}{6{,}5} = 83{,}0 \text{ Ha}$$

$$s_3 = S \cdot \frac{MP_2}{P_2 P_3} = \frac{120 \cdot 2}{6{,}5} = 37{,}0 \text{ Ha}$$

El productor puede en base al gráfico de la figura Nº 2 establecer para cada cantidad de trabajo disponible la elección de los cultivos y el ingreso que obtendrá.

Se ve fácilmente que:

Si $\frac{T}{S} < 100$ y M se encontrará entre 0 y P_1. Cultivará solamente trigo y la mano de obra existente no permitirá cultivar toda la tierra disponible.

$100 < \frac{T}{S} < 200$ la tierra será dividida entre maíz y trigo y aumentará la superficie de maíz en la medida que aumente la cantidad de trabajo.

$200 < \frac{T}{S} < 500$ caso considerado en el ejercicio.

$\frac{T}{S} > 500$ toda la superficie será asignada a la caña y toda la cantidad de trabajo disponible no será utilizada.

La línea O P_1 P_2 P_3 L y en forma general la línea superior del polígono convexo prolongado por una línea horizontal, define los ingresos máximos que son posibles de obtener por Ha. Se la llama línea de potencialidad de la explotación.

Dada la convexidad de la curva L se puede establecer:

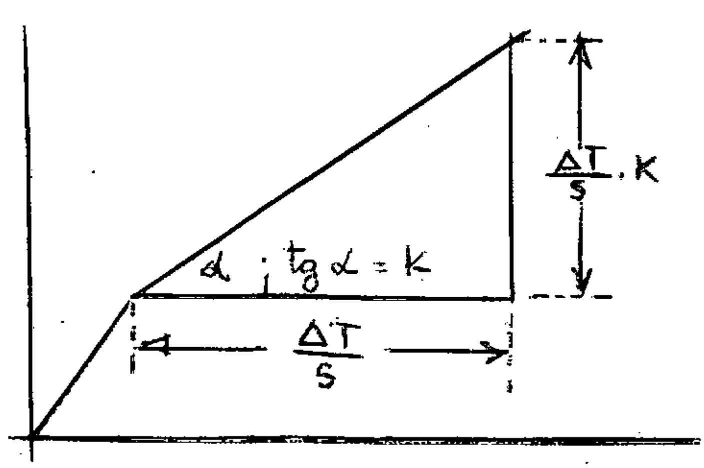
a) A medida que nos desplazamos por la curva en la dirección O P_1 P_2 el ingreso por Ha. es más elevado, pero disminuye el ingreso por hora de trabajo.

b) El ingreso obtenido por Ha., representado por la ordenada de M aumenta.

c) El ingreso por hora de trabajo representado por la pendiente de la recta OM disminuye.

El ingreso marginal por hora de trabajo disponible suplementaria es:

$$\frac{1}{\Delta T}\left[S\left(r + K\frac{\Delta t}{S}\right) - Sr \right] = K$$



De la figura vemos que también podría obtenerse:

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta T}{S} \cdot K}{\frac{\Delta T}{S}} = K$$

El ingreso marginal por Ha. disponible suplementaria es:

$$\ell = \frac{1}{\Delta S} \left[(S+\Delta S) \left[r - k \left(\frac{T}{S} - \frac{T}{S+\Delta S} \right) \right] - Sr \right] = r - kt$$

En el óptimo el ingreso bruto por Ha. es igual a la suma de la remuneración marginal del trabajo a su precio marginal y al valor locativo de la tierra igualmente evaluado de acuerdo al ingreso marginal que ella procura. (Fig. 3)

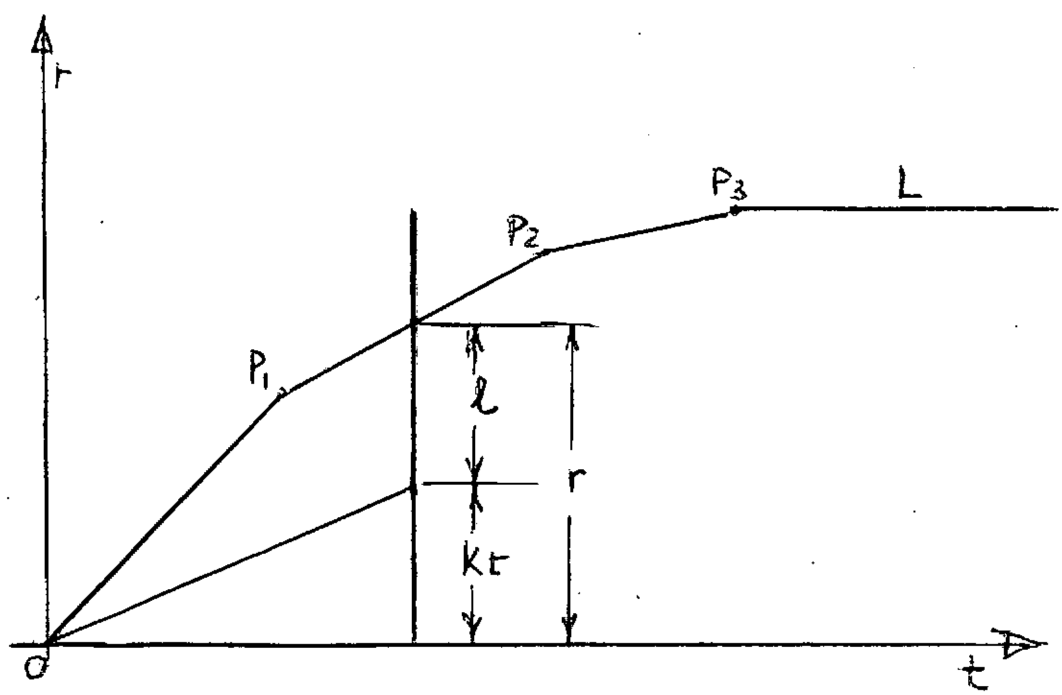


Fig 3

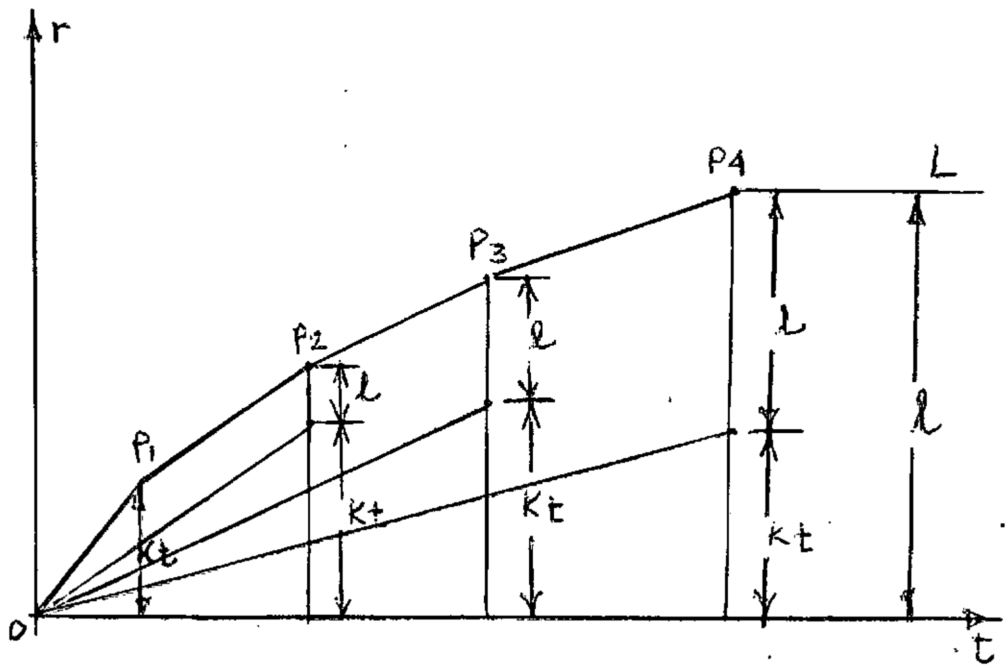


FIG. 4

De la figura 4 surge claramente la variación del ingreso marginal por hora y hectárea suplementaria disponible.

Así como se vió en el ejercicio, de 0 a P_1 quedaba tierra sin cultivar por lo tanto $\ell = 0$ en cambio de P_4 en adelante en que sobraban horas de trabajo resulta del gráfico que $K = 0$.

Limitaciones del modelo:

a) no considera la fricción de la distancia.

b) no considera la necesidad de alternar cultivos.

c) no toma en cuenta variaciones de coyuntura

d) limitaciones debida a falta de capital

e) economías de escala.

Elección de sistemas de producción para un conjunto de varias explotaciones

Se estudiará el caso de un conjunto de explotaciones dependientes de una dirección común entre las que son posibles transferencias de mano de obra y tierra y en cada una de las cuales se elegirán los cultivos tendientes a rendir máximo el ingreso del conjunto.

Si las explotaciones fueran completamente independientes sería de aplicación lo establecido en el punto anterior.

a - Elección de los sistemas de producción entre dos explotaciones entre las que son posibles transferencias de mano de obra.

Se analizará el caso de dos explotaciones E y E' con superficies dadas S y S' y una dotación de trabajo τ. Siendo posible varios cultivos en cada una de ellas.

Se considera que en E y E' son distintos

1) La calidad de la tierra
2) los tiempos necesarios por Ha.
3) los rendimientos
4) los ingresos por Ha.

Cada uno de los cultivos X puede ser caracterizado por dos cantidades: t_i y r_i para E y T'_j y r'_j para E'.

Se trata de determinar la repartición T, T' de la fuerza de trabajo, la elección de los cultivos y la superficie asignada a cada uno de ellos de forma tal de obtener el máximo ingreso global del conjunto.

El sistema de incógnitas T, T', S_i, S'_j pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\sum s_i \leq S \qquad \sum s'_j \leq S'$$

$$\sum t_i s_i = T \qquad \sum t'_j s'_j = T'$$

$$\sum r_i s_i + \sum r_j s_j \quad \text{máximo (función objetivo)}$$

$$s_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad s_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots p)$$

Si se considera una distribución dada de tierra y fuerza de trabajo, cada una de las explotaciones puede ser caracterizada por las medias referidas al total de tierra disponible.

Para E el punto P tendrá por coordenadas

$$t = \frac{\sum t_i s_i}{S} \quad \text{y} \quad r = \frac{\sum r_i s_i}{S}$$

Para E' el punto P' tendrá por coordenadas

$$t' = \frac{\sum t'_j . s'_j}{S'} \qquad r' = \frac{\sum r'_j s'_j}{S'}$$

De esta manera la función a maximizar será:

$$S_r + S'_{r'} \ \text{max.}$$

Dado el carácter positivo de las S_i y S'_j los puntos P y P' deben encontrarse debajo de sus respectivas líneas de potencialidad L y L' (Fig. 5).

Si se agrega mano de obra a uno u otra explotación el rendimiento aumentará ya que se ha supuesto que los rendimientos marginales son positivos o nulos.

En cambio si se supone toda la mano de obra ocupada una transferencia de mano de obra implicará un cambio en el ingreso total del conjunto.

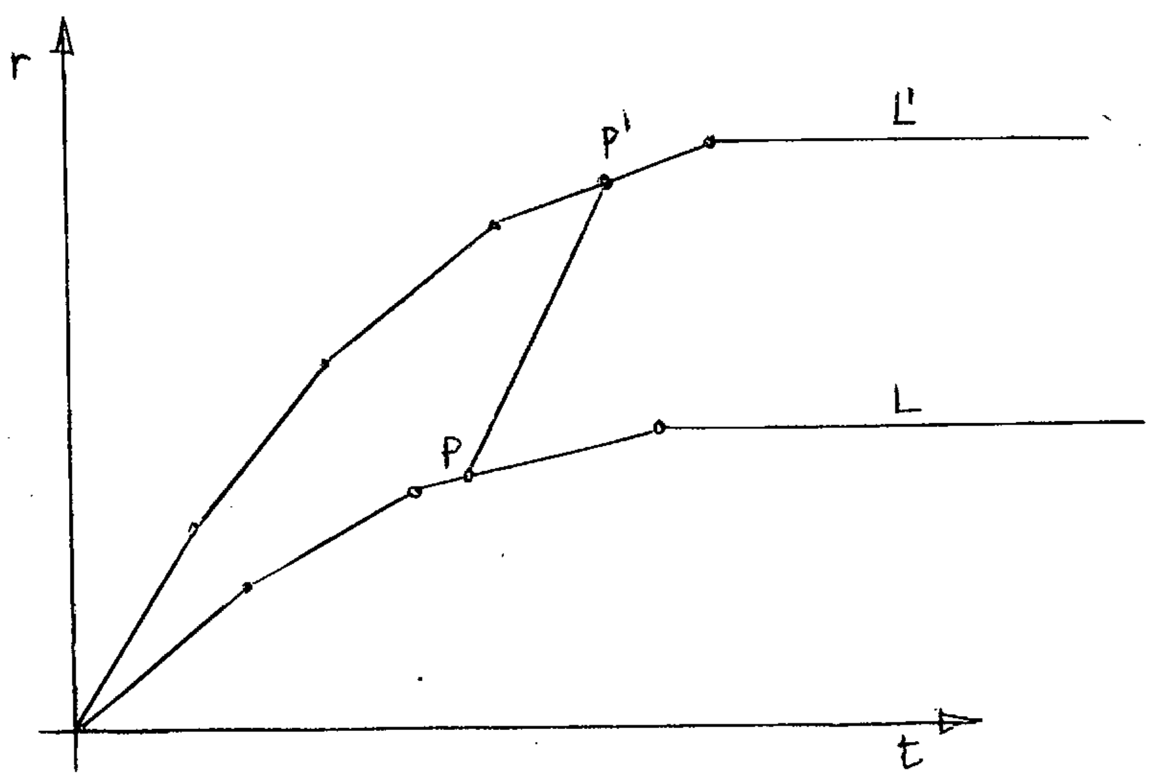


FIG 5

Si $\Delta T = -\Delta T'$ es la cantidad de trabajo transferida, la variación de ingreso obtenido será $(K - K') . \Delta T$. (Fig. 6)

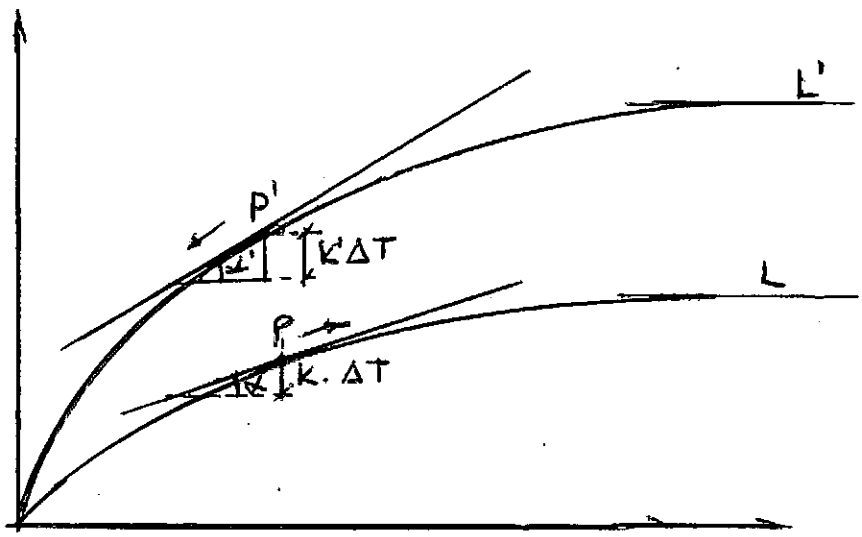


FIG 6

Si la explotación E' cede trabajo el punto P' se desplazará hacia la izquierda con una pérdida de ingreso igual a $K' . \Delta T$.

La explotación que la recibe E, desplazará el punto P hacia la derecha y su variación de ingreso será $K . \Delta T$.

Es evidente que el resultado económico de la transferencia estará medido por $\Delta r = K\Delta T - K'\Delta T = (K - K')\Delta T$ como se señaló más arriba.

De lo anterior serpuede deducir que en aquellos puntos de igual pendiente una transferencia de mano de obra no producirá variación del ingreso. Es decir en los puntos de igual rendimiento marginal del trabajo son posibles los intercambios de mano de obra entre las dos explotaciones. El método consistirá entonces en unir los puntos de igual rendimiento marginal y a los segmentos determinados dividirlos proporcionalmente a las superficies de cada una de las explotaciones, la recta que une dichos puntos representará la óptima utilización de los factores.

Se indica a continuación los pasos a seguir:

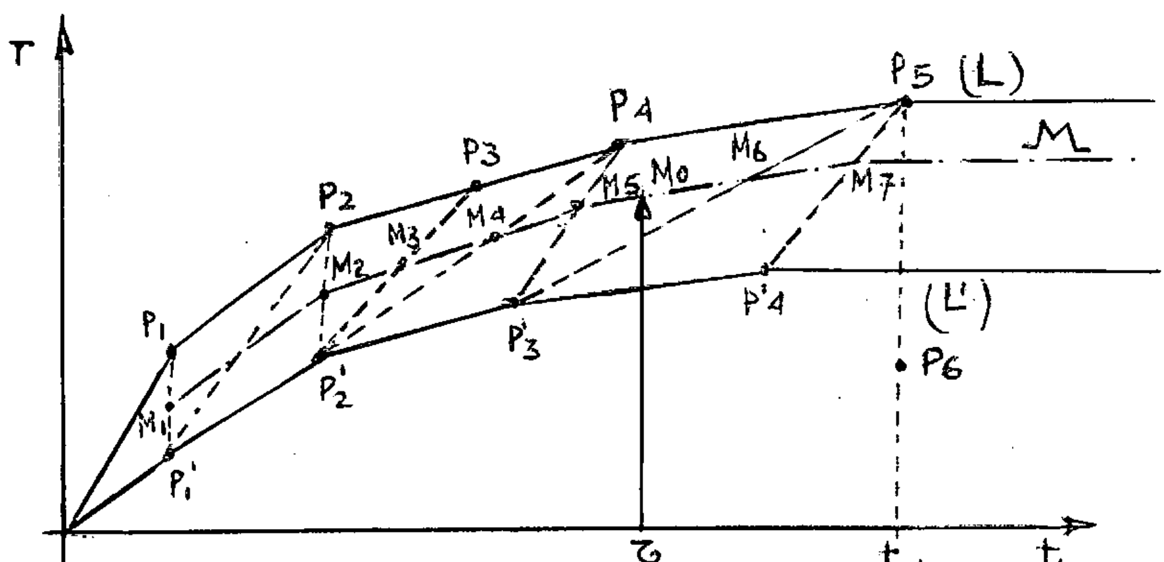


FIG 7

1. Conocida las características de suelo, clima, equipos, etc de la explotación E_1 se analizan los cultivos que en ella son posibles cada uno de los cuales quedará definido por la cantidad de horas de trabajo por Ha. y por la renta obtenida por Ha. (puntos P_1, P_2...P_s). Si existen puntos por debajo de la línea L no interesan, pues como ya se ha visto se trabaja con los puntos de máximo ingreso para una dada cantidad de trabajo.

Así, si existiera un punto como el P_6 quedaría descartado pues para la cantidad de trabajo por Ha. t_1 se eligirá el punto de máximo ingreso, es decir P_S. Uniendo todos los puntos P_1, P_2...P_S se obtiene la línea de potencialidad (L).

2. Para la explotación E_2 se procede de idéntica manera obteniéndose (L').

3. Se unen los puntos de igual pendiente P'_1 con P_1 y P_2 y así sucesivamente. Para cada uno de los puntos de L' existirán uno o más puntos de igual pendiente (puede ocurrir también que para algunos puntos de L' no existan sus homólogos en L).

4. Se divide cada uno de los segmentos $\overline{P'_1P_1}$, $\overline{P'_1P_2}$, etc., proporcionalmente a las superficies de E_1 y E_2; obteniéndose los puntos M_1, M_2....etc.

La línea que los une implicará la óptima utilización de los recursos ya que los segmentos en que ha quedado dividido $\overline{P'_1P_1}$, P'_2P_2 no solo será la proporción de la superficie sino también la del trabajo, ya que siendo iguales las productividades marginales del trabajo la mano de obra se dividirá también en forma proporcional a la superficie.

5. La cantidad total del trabajo L se divide por la suma de S + S'. Levantando por el punto de abscisa así determinado, una vertical. Esta cortará a la línea M en un punto. El par de puntos homólogos indicará los cultivos a elegir y el tiempo quedará repartido en función de las superficies.

Si el punto Mo no coincidiera con ninguno de los puntos que tienen par de cultivos bien determinados como en el caso de Mo (Fig. 7);

Se dividirá L proporcionalmente a los segmentos M_5Mo y Mo M6 y luego cada una de estas cantidades entre los cultivos P3' y P4 y P3' y PS en proporción a las superficies de las explotaciones de E1 y E2.

Si se tratara de varias explotaciones el razonamiento sería idéntico:

1. Se unirían los puntos de igual rendimiento marginal del trabajo.

2. Aplicando a cada uno de estos puntos una masa igual a su superficie se halla el baricentro. (M1, M2.. Mi).

3. Se halla la cantidad media de trabajo disponible por Ha:

$$\frac{L}{S_1 + S_2 + \dots + S_n} = t$$

4. Por el punto de abscisa t se levanta la perpendicular hasta cortar a la poligonal M1, M2..(que es la línea de óptimo resultante).

5. Si ese punto fuera Mi, los puntos de los cuales él es baricentro (P1, P1', P1'',...P1), indicarían los cultivos y la división de L se haría proporcional a las superficies S1, S2, ...Sn.

Como se vé el conocimiento de la línea de potencialidad del conjunto de explotaciones permite a partir de la densidad media de trabajo establecer para cada una de ellas los sistemas de producción a adoptar.

Es interesante señalar que el conocimiento de las líneas de potencialidad L, L', L"...L^n y de la línea de potencialidad resultante M permite una descentralización de las decisiones.

El director común del conjunto determina las cantidades de trabajo T, T', T"...T^n afectadas a cada explotación y deja a cada jefe de explotación la elección del óptimo. Si T, T', T"...T^n corresponden a la repartición óptima el resultado será también óptimo. Otro método consistiría en atribuir al trabajo un costo igual al ingreso marginal correspondiente al óptimo. La búsqueda del beneficio máximo conduciría al jefe de cada explotación al resultado óptimo.

b) <u>Elección de los sistemas de producción entre explotaciones entre las que son posibles los intercambios de tierra</u>

El problema de los intercambios de tierra entre explotaciones puede plantearse de la manera siguiente. Dos explotaciones E y E' dependientes de una dirección común disponen de mano de obra de calificación diferente, pero de tierras de calidades homogéneas de superficie total $\mathcal{S}$. El número de horas disponibles es T para E y T' para E'. De hecho son diferentes los tiempos de trabajo, los rendimientos, los costos y por consecuencia los ingresos son diferentes para cada una de las explotaciones.

Se designará como en el caso anterior por Xi y X'j, los cultivos posibles y por ri, ti, r'j t'j sus características, el problema consistirá en determinar la repartición S y S' de la superficie disponible y las superficies Si y S'j de cada uno de los cultivos de manera de maximizar el ingreso obtenido por el conjunto.

El sistema de incógnitas S, S', s'i, s'j puede escribirse así

$$\sum s_i = S \qquad \sum s'_j = S'$$

$$S + S' \leq \delta$$

$$\sum t_i s_i \leq T \qquad \sum t'_j s'_j \leq T'$$

$$\sum r_i s_i + \sum r'_j s'_j \quad \text{máximo}$$

$$\text{con } s_i \geqslant 0 \quad (i = 1, 2, 3 \ldots, n) \quad s_j \geqslant 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, p)$$

El proceso a seguir es similar al caso anterior, debiendo en este caso unir los puntos de igual ingreso marginal de la tierra (igual valor locativo).

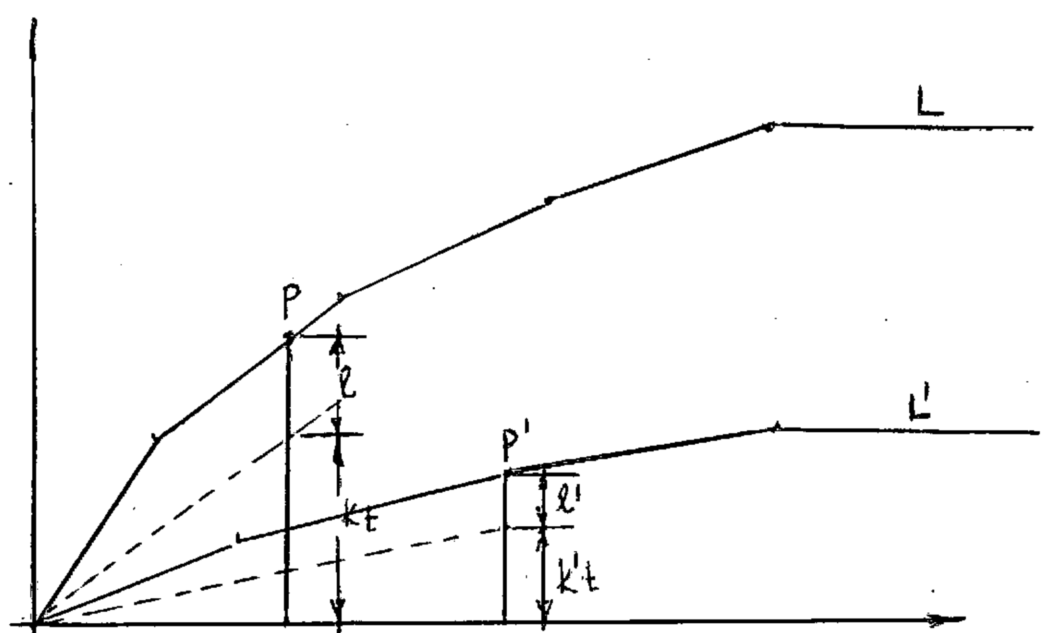


FIG. B

los puntos P y P' surgen de la igualdad l = l' o sea

$$r - kt = r' - k'\ t'$$

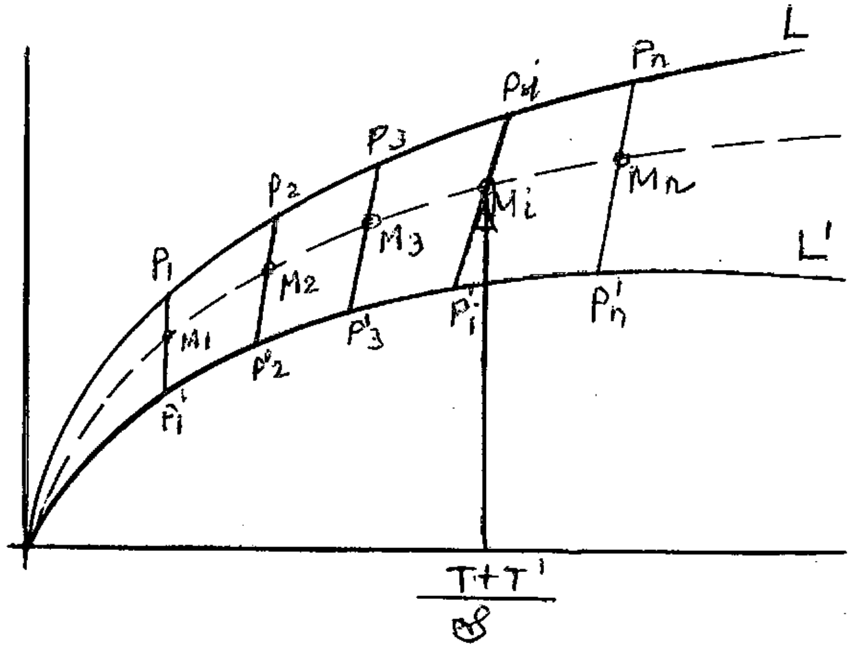


FIG 9

Pasos a seguir (Fig. 9).

1. Se trazan las líneas de potencialidad L y L' (para generalizar se las ha trazado como curba continua).

2, Se hallan los puntos en los que l es igual a l'.

3. Se divide cada uno de los segmentos $\overline{P_1 P_1'}$, $\overline{P_2 P_2'}$ etc. en partes proporcionales a T y T'. Obteniéndose la línea de potencialidad del conjunto M_1, M_2 ....M_n.

4. Se halla la cantidad media de trabajo por Ha. disponible $\frac{T + T'}{\varnothing}$.

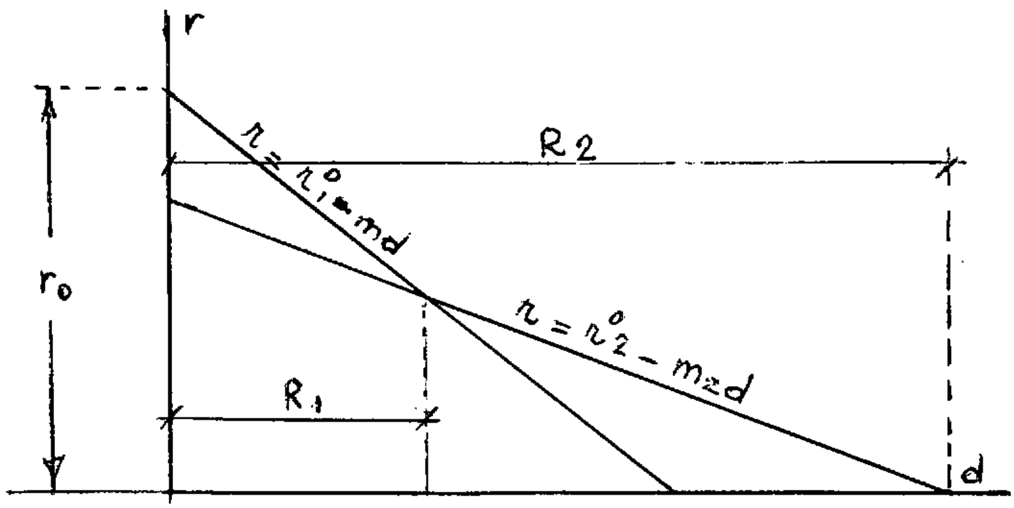
5. Se corta a la línea de potencialidad del conjunto. Los cultivos que corresponden son Pi y Pi' y las superficies que se les debe asignar serán proporcionales al trabajo disponible en cada explotación, ya que siendo iguales los ingresos marginales su mejor distribución corresponderá a la mano de obra con que se cuente en E yE'

6. Si no coincidiera con un punto Mi se repartirá δ en forma proporcional a $\overline{MiM}$ y $\overline{M\,Mi} + 1$ (ver caso anterior).

El caso analizado puede extenderse sin dificultad al caso da varias explotaciones y también como en el caso de transferencias de mano de obra puede efectuarse la descentralización de las decisiones. Si las superficies asignadas S y S' corresponden al óptimo será óptimo el resultado del conjunto.

MODELO EN QUE INTERVIENE EL ESPACIO

En este capítulo se procura efectuar una síntesis entre los modelos anteriormente descriptos y que se ensayan en Francia c con el modelo de Von Tühnen que da particular relieve a la distancia. En países de gran extensión como la argentina no puede dejarse de considerar en un modelo la fricción de la distancia. En su forma más elemental expresaremos el modelo de Von Thünen de la siguiente manera:



r^{o} será el ingreso bruto por Ha. si la explotación se realiza en el centro de consumo ($\frac{\$}{Ha}$).

m ser=a'el flete para transportar la producción de una Ha. a un Km de distancia (se expresará en $\frac{\$}{Km}$).

d será la distancia

para un cultivo El la fórmula será

$$R = r_1^{o} - m_1 d$$

para un cultivo E2 la fórmula será

$$r = r^{o}_{2} - m_2 d$$

$$R_1 \begin{cases} r^{o}_{1} - m_1 d = r \\ r^{o}_{2} - m_2 d = r \end{cases} \quad \therefore \quad r^{o}_{1} - m_1 R_1 = r^{o}_{2} - m_2 R_1$$

$$\therefore r^{o}_{1} - r^{o}_{2} = m_1 R_1 - m_2 R_1$$

$$R_1 = \frac{r^{o}_{1} - r^{o}_{2}}{m_1 - m_2}$$

de $r = r^{o}_{2} - m_2 d$ se obtiene R_2

$$R_2 = \frac{r^{o}_{2}}{m_2}$$

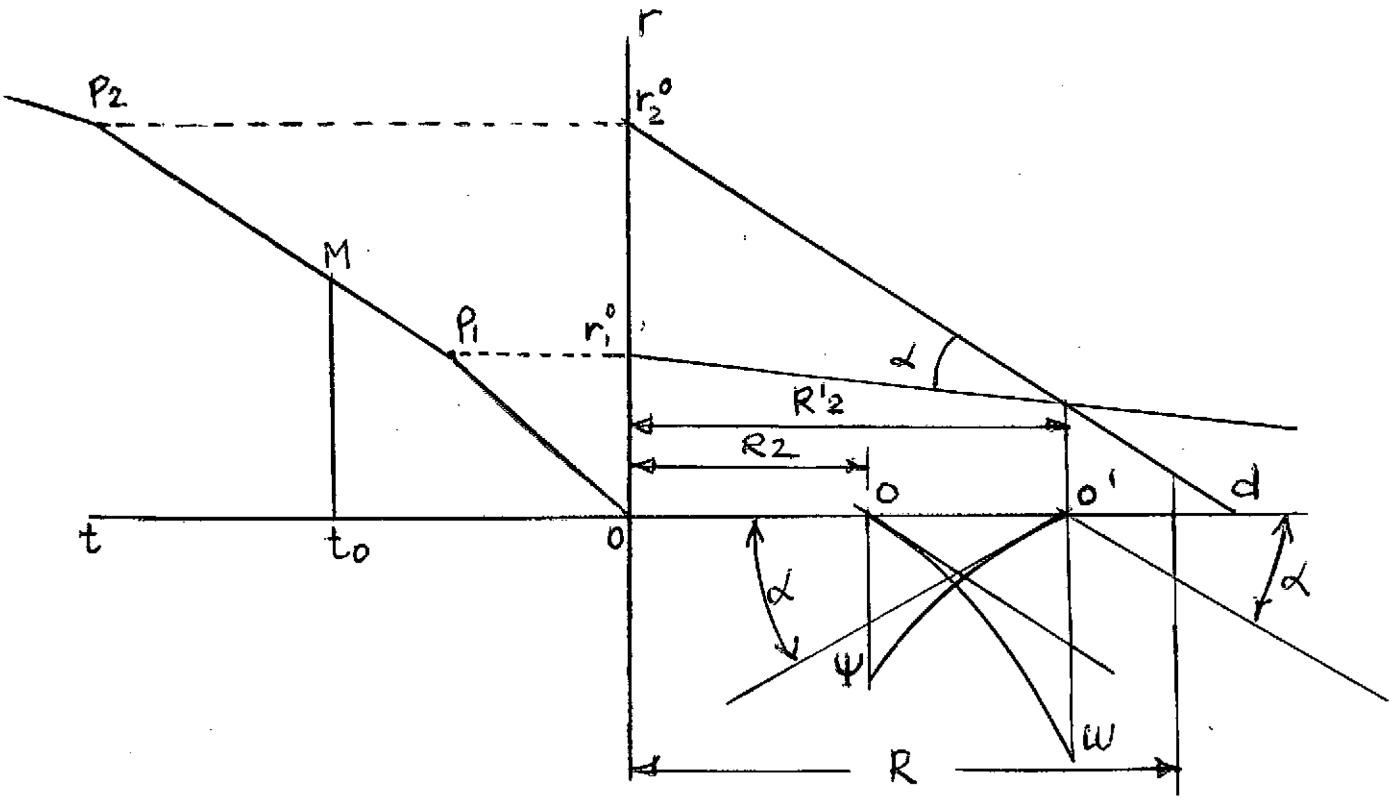
La superficie que corresponderá al primer cultivo será

$$S_1 = \pi R_1^2$$

Al segundo cultivo

$$S_2 = (R_2^2 - R_1^2)\,\pi$$

Descripción del modelo propuesto:



1. La abscisa $\overrightarrow{od}$ indica la distancia

   La abscisa $\overrightarrow{ot}$ indica las $\frac{\text{horas}}{\text{Ha.}}$

   La ordenada $\overrightarrow{or}$ indica ingreso bruto por Ha.

2. Se considera la línea de potencialidad P_1 P_2 para una explotación dada de superficie S y de una cantidad de trabajo L, (los casos más complejos pueden siempre reducirse a la línea de potencialidad media del conjunto).

3. Dividiendo $\frac{L}{S}$ = to se obtiene el tiempo medio disponible por Ha. El punto M divide al segmento P_1 P_2 en partes proporcionales a las superficies S_1 y S_2 que corresponderá a los cultivos P P_1 y P_2

$$S_1 = \frac{S.\ M\ P_2}{P_1\ P_2} \qquad\qquad S_2 = \frac{S.\ M\ P_1}{P_1\ P_2}$$

4. Si suponemos que la tierra disponible S se encuentra en torno de un centro de consumo, se puede establecer su radio para poderlo vincular con el modelo de Von Thünen

$$\pi R^2 = S \quad \therefore$$

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$ (radio del total de la tierra disponible)

5. El radio que corresponde al cultivo P_2 será

$$R_2 = \sqrt{\frac{S_2}{\pi}}$$

6. Como no se ha hecho entrar la distancia las rentas consideradas serán las que existirían si los cultivos se efectuarán en el centro de consumo (las designaremos $r^o{}_1$ y $r^o{}_2$).

7. m_1 y m_2 será el flete por Km para transportar la producción de una Ha.

La disminución de la renta para cada uno de los cultivos producida por la necesidad del desplazamiento será

para P_1 $\quad r = r^o{}_1 - m_1 d$

para P_2 $\quad r = r^o{}_2 - m_2 d$

8. Según esto (modelo Von Thünen) el radio que corresponde al cultivo P_2 será distinto al P_2 señalado anteriormente, y su valor quedará definido por la solución del sistema anterior

$$r_1^o - m_1 R'_2 = r_2^o - m_2 R'_2 \quad \therefore$$

$$R'_2 = \frac{r_1^o - r_2^o}{m_1 - m_2}$$

9. Se analizará la pérdida de ingreso que se produce cuando se hace variar R_2 y R'_2. Es decir cuando nos apartamos de los puntos que señalan cada uno de los modelos vistos.

10. Pérdidas al variar R'_2 (Modelo Von Thünen). Estarán dadas por la $t_g \alpha$ multiplicado por d (distancia que disminuye R'_2) y por el área de la corona circular de radios R'_2 y $(R'_2 - d)$.

$t_g \alpha$ está dado por la intersección de las dos rectas, será igual a:

$$m = t_g \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

Variación total del ingreso = $m.d.\Delta S$

para d pequeño puede usarse la fórmula diferencial

$$\Delta S = S'. \Delta R = 2\pi R'_2.d$$

Variación total del ingreso = $m. 2\pi R'_2.d^2$

Si d es grande debe usarse

$$\Delta s = \pi R'^2_2 - (R'_2 - d)^2 . \pi =$$
$$= \cancel{\pi R'^2_2} - \cancel{R'^2_2}\pi + 2 R'_2 d \pi - d^2 \pi =$$
$$= 2 R'_2 d \pi - d^2 \pi = \pi (2 R'_2 d - d^2)$$

Variación total del ingreso =

$$= m \cdot d \cdot \Delta s = m d \pi \cdot (2 R'_2 d - d^2) = \varphi$$

11. Pérdidas al variar R_2

11a. Se debe tener presente que el desplazamiento de R_2 en el espacio implica el desplazamiento de M en el segmento $\overline{P_1 P_2}$.

11b. El desplazamiento de M en la dirección de P_2 (se usa más horas de trabajo por Ha. que la media disponible) deja Has. sin usar.

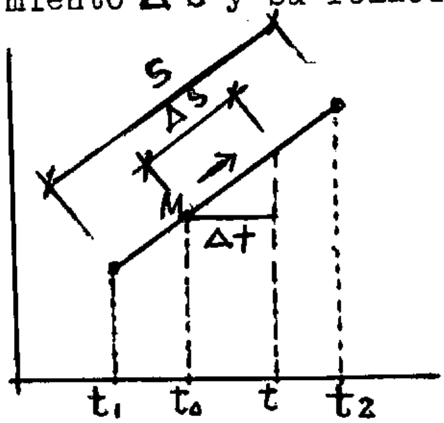
11c. El desplazamiento de M en la dirección de P_1 deja mano de obra sin usar.

11d. Debe tenerse esto presente pues, si hay pérdida de Has. esa pérdida deberá multiplicarse por $\underline{l}$ (ingreso marginal por Ha.) y por K si el desplazamiento produce mano de obra ociosa.

11e. La pérdida de Has. que produce un desplazamiento como el de nuestra figura será

$$S - \frac{L}{t} \quad (1) \qquad L \text{ total de trabajo}$$

Debemos analizar lo que ocurre para un desplazamiento ΔS y su relación con Δt



$$\frac{s}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{s} \cdot (t_2 - t_1)$$

Un punto cualquiera t será igual a $t = t_o + \Delta t$ reemplazando en (1)

$$\text{Pérdida de Hs} = S + \frac{L}{t_o + \Delta t} = S + \frac{L}{t_o + \frac{\Delta S}{S}(t_2 - t_1)}$$

Las Has. que no pueden usarse deben multiplicarse por el rendimiento marginal $\underline{l}$.

Queda entonces la disminución de ingreso producida por el desplazamiento de M en la dirección de P_2 (equivalente al aumento del radio R_2) igual a

$$= \left[S - \frac{L}{t_o + \frac{\Delta s}{S}(t_2 - t_1)} \right] \ell = \omega$$

11f. El valor ΔS para cambios pequeños de R_2 puede expresarse en forma diferencial $\Delta S = 2\pi R_2 . \Delta R_2 = 2\pi R_2 . d$. La distancia ΔR_2 la designaremos con la letra d.

Como en general el valor d puede significar una proporción no despreciable de R_2 será necesario poner ΔS en función de la corona circular que se forma, pues con la fórmula anterior se cometería un fuerte error.

En consecuencia:

$$\Delta S = (R_2+d)^2\pi - R_2^2\pi =$$
$$= (R_2^2 + 2R_2 d + d^2)\pi - R_2^2\pi =$$
$$= (2R_2 d + d^2)\pi$$

La función que nos da el decremento del ingreso será entonces

$$\omega = \left[S - \frac{L}{t_0 + \frac{(2R_2 d + d^2)\pi}{S}(t_2 - t_1)} \right] . l$$

12. Las funciones ψ y ω permiten con muy pocos valores de d trazar la parte de la curva comprendida entre O y O' entre los que está la solución.

Efectuando la suma de ordenadas de ambas curvas se podrá determinar el punto de mínima pérdida.

Sintetizando:

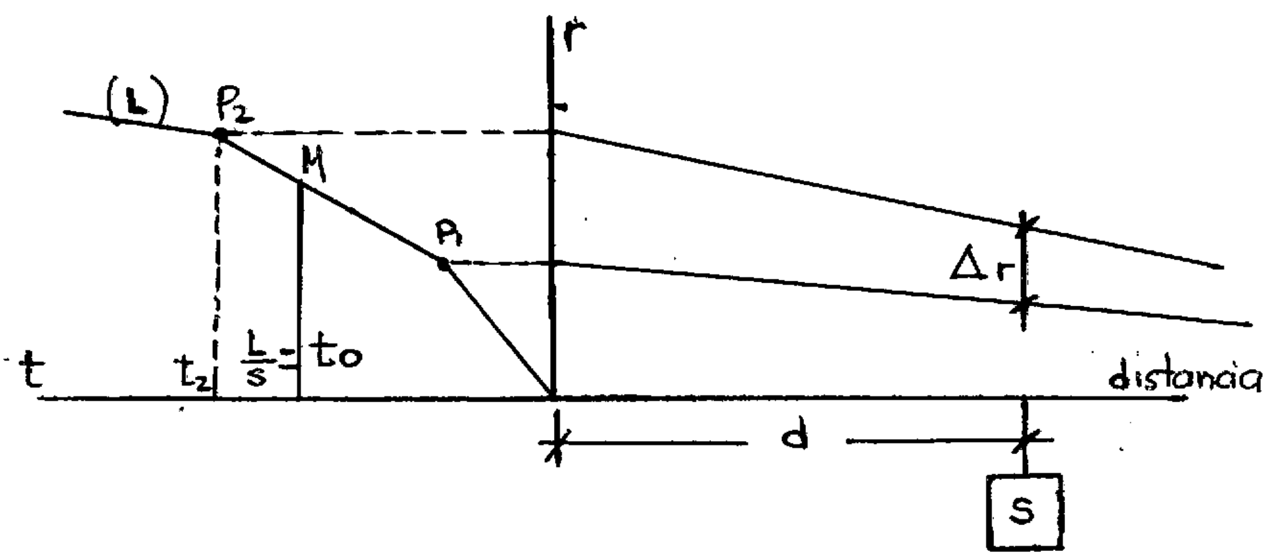
1°: Se ha establecido la distribución de la superficie disponible S atendiendo a la distancia del centro de consumo y luego a la mano de obra disponible.

2º: Se ha calculado para cada uno de esos dos casos las funcio-nes ψ y ω que miden la pérdida que se produce cuando nos alejamos de los puntos óptimos.

3º: La solución estará comprendida entre los radios que señalan cada una de las soluciones (R_2 y R'_2) y será el punto en que la suma de ambas pérdidas sea mínimo.

Caso particular

Se considerará el caso en que la distancia al centro de consumo sea lo suficientemente grande y que los cultivos a localizar puedan considerarse como concentrados en una superficie puntual



Superficie de trabajo = S

Trabajo disponible = L

L línea de potencial

d distancia de la explotación dal centro de consumo

Según la mano de obra disponible la superficie S será dividida:

$$S_1 = \frac{S\ M\ P_2}{P_1\ P_2} \qquad S_2 = \frac{S\ M\ Pl}{P_1\ P}$$

en cambio si se atiende a la distancia convendrá solamente efectuar el cultivo P_2.

En este caso se trata de variaciones lineales por cuya razón basta con analizar la pérdida si se efectuara solamente P_2 y la pérdida si la tierra se distribuyera como lo señala el punto de abscisa t_o.

1° pérdida si la tierra se distribuyera entre

S_1 y S_2 será:

$$\text{Pérdida: } S_1 . \Delta r = S_1 \left[(r°_2 - m_2 d) - (r°_1 - m_1 d) \right]$$

2° pérdida si toda la mano de obra se destinara a P_2, es decir si quedaran Has. sin cultivar

$$\text{Pérdida} = (S - \frac{L}{t_2}).\ l_2 \qquad l_2 = r_2 - kt_2$$

En este caso se eligirá la división que corresponda a una menor disminución del ingreso.